論文

学問史から見た数学の展開

平野 葉一*
中村 朋子**

§1. はじめに

近代科学成立の一つの主要な契機を 17 世紀の「科学革命」(Scientific Revolution) に帰することは，科学史のみならず学問史においても妥当性をもって捉えられている．しかし，「科学革命」といっても，それはクーデターのような短時的変革によって生じたものではない．代表的な存在としてデカルト (René Descartes : 1596-1650) やニュートン (Isaac Newton : 1642(1643)-1727) の名が挙げられるにしても，むしろ，コペルニクス (Nicolaus Copernicus : 1473-1543) からガリレイ (Galileo Galilei : 1564-1642)，ケプラー (Johannes Kepler: 1571-1630) といった科学者たちもまた，この「革命」を準備した存在として浮かび上がってくる．この革命は，天文学や力学をはじめとする学問諸分野を自然哲学から自然科学へと昇華させるが，同時に概念構成や推論方法としてその基礎をなす数学をも変革へと導く．果たして，数学もまた記号化，抽象化をとおしてそれ自体の形成を準備することになる．

ところで，自然科学にしろ，数学にしろ，学問の変革は何に起因するのであろうか．それには，知見の蓄積や進展といった学問それ自体の必然性，一科学者の発想や発案，社会からの要請などといった種々の要因が考えられる．しかし，学問内部の展開や外部からの要求による変化に対し，むしろこれらとは性格を異にする変革もまた見出し得る．各々の時代，地域においてはその歴史背景を基礎に，そこに息づく人々の文化や価値意識が存在する．そして，学問が個々の時代や地域の知を明らかにしようとするとき，そこには人間の精神史に根づいた「時代の意志」ともいうべき変革が存在し得るのである．とくに，一方では実用性の核として存在しながらも，本来は人間精神の内奥に根ざした数学においてこそ，この「時代の意志」の関わりは大きいと考えられる．

たとえば，天文学者ケプラーについて考えてみる．ケプラーが「神はいつも幾何学をする．神は世界を数的調和に従って創造した．」と述べていたことはよく知られている．それでは，彼が宇宙の構造を解き明かす試みに身を捧げたとき，果たしてその意識は近代科学へと向かっていたのであろうか．それとも，未だ古典的精神の只中を彷徨していたのであろうか．1596

* 東海大学文学部ヨーロッパ文明学科
** 東海大学総合教育センター非常勤講師

年に『宇宙の神秘』の中で描き出された正多面体宇宙は，惑星の軌道半径という観測結果を用いてはいたが，根底では幾何学的調和を求めた結果であった．後に惑星の軌道を古代ギリシア以来の円運動から楕円運動へと修正し，さらに 1619 年の『世界の和声』において「惑星の三法則」へと結実させた際にも，ケプラーの意識は宇宙の数的秩序を見出すことに躍起であったと推察される．彼の「第三法則」―惑星の周期と軌道半径の関係性―は天体のハーモニーを基礎とし，太陽系のすべての惑星が一つの数的関係に保たれることを示していた．すなわち，ケプラーが追い求めた宇宙の調和や秩序は，それが幾何学的であれ，数的であれ，いずれも数学に根ざしていたのである．

実際，ルネサンスから近代へと向かう時期は，クロスビーが『数量化革命』で主張を試みたように世界認識の転換期―質から量への転換期―として捉えられる．古典時代から幾何学による質をもって進められた世界理解は，運動論の展開にも見られるような微分積分学に代表される定量的理解へと変革を遂げる．それでは，ケプラーが求めた数学的調和，数学的秩序とは何であったのであろうか．むしろ，その基底を探るならば，幾何学的であれ，数的であれ，ケプラー自身あるいはその時代にとって数学とはいかなる存在だったのであろうかという問題に行き着く．

数学とは何か，こうした根源的な問いかけは常に人々の心を揺さぶる．この問いに対しては，数学の内面的な意味合いと表象的な使われ方との対照から答えに窮することも事実である．それでも，ここで忘れてはならないことは，数学が人類精神史の最初から現在の discipline を形成していたのではないし，また，その構造が一朝一夕に成立したものではないという事実である．そして，その形成過程においては，内部理論の展開や外部から求められた変革と同時に，確かに「時代の意志」が存在すると思われる．

本稿では，こうした問題に対する先行研究を紹介しながら，学問としての数学の形成に対して一つの試論を展開したい．次節以降で，先ずは「数学とはいかなる discipline か」という問題に焦点を当て，とくに人間営為との関わりから考察する．後半では，下村寅太郎が提起した「数学への歴史」について紹介し，「数学の形成」について検討する．これらの議論をとおし，人間叡智としての数学を考える上での一つの視点を明らかにしたい．

§2. 第一の問題提起 ～ 数学の性格

「数学とはいかなる discipline であるか」という問いに対し，数学とはいかなる性格を備えているかという点について考えてみる．永井博は「数学の実在性」と題された論考において，こうした数学の問題性について次のように言及する．

「数学は一般には，形式的体系に関する論理である．･･･形式化・記号法によって･･･構成された形式的体系は，質料的領域に見出されるどんな現実的存在をも超える．･･･形式的

体系に存在する数学的存在は，感覚的側面からの抽象物ではなく，それ自身の自律性を固有する．まさにそうした形式性の故にかえって現実的存在をいっそうよく記述し，説明し，さらにはわれわれをたすけて現実的存在の未知の相面をも発見させる．」

「数学そのものの基礎に横たわる哲学的問題に注意を向けること･･･その際，特に問われなければならないのは，数学自身の正当化という第一の問題と，数学の適用可能性という第二の問題とは相互にどんな関係に立つかという問題であるように思われる．」[1]

永井の指摘は，いいかえれば数学が一方で究極の抽象性—およびそれ故の正当性—と高度な適用可能性を備えることを意味する．

今日では，数学は抽象的な対象を論理的に扱う **discipline** として捉えられている．確かに，数学は人間精神の内奥に根ざした思考を求める．たとえば数学の教科書にあるような座標平面上の曲線を考えてみる．たとえ視覚的図象として表された曲線であっても，大きさをもたない位置としての点の運動が描き出す幅をもたない線は，視覚の対象以上に思考の対象として認識される．むしろ，思考の対象としての論理に適うからこそ，われわれには無限の種類の曲線を二次元の座標の関係性という一つの方法論で扱うことが可能になる．すなわち，描かれた—そのように錯覚された—曲線が見せる図象は認識のための一つの補助的存在であり，その本質は抽象的な思考に存する．いや，むしろ，二次元の座標でさえも，平面上の点の軌跡を把握する道具立てに過ぎないというべきかもしれない．視覚に映る曲線は，座標という指標を得てわれわれの理性が認識できる対象となり得るからである．それは，ニュートンの近代科学による自然把握に対し，ゲーテをして「ニュートンは自然を拷問にかけた」と言わしめた精神にもつながる[2]．

その一方で，座標平面上の二次元座標で表された曲線であれ，あるいは，円や放物線という数学的名称をもって呼ばれる図象であれ，さらには，円形のコインや噴水から噴き上がる水であれ，数学は具体的対象に対するわれわれの認識を促す．逆にいうならば，日常世界，具体的世界のさまざまな事象において，数学はその把握に対して有効に機能する．永井が指摘する数学の適用可能性である．いうなれば，われわれは具体的な事象，具体的な姿を目にして数学を感じとっているのである．さらに，数学はわれわれの眼前に現れた具体的事象を把握せしめるだけではなく，次の可能性をも示唆する．数学的思考は，一つの具象を抽象へと昇華させ，そこから次のさらなる具象へと展開させる力，可能性を潜ませているのである．

このように考えるとき，人間にとって数学の存在は新たな問題を提起する．

数学も人間精神の創造物であるから，それ自体は人間の側に位置する．ときに数学は人間が対峙する自然世界の秩序を明らかにする．自然のヴェールを剥ぎ取り，本来はその下に隠されているであろう関係性を暴き出す．人間が数学をもってみた自然の関係性は，果たして「数学的秩序」をとる．ミツバチの巣に敷き詰められた正六角形，オウムガイの断面にみら

れる外に向かって一定の比で広がる螺旋（対数螺旋）などである．しかし，あまりに数学に適合した関係性はわれわれに一つの疑問を抱かせる．自然のヴェールに覆われていた「数学的秩序」は何に依拠するのであろうか．数学がわれわれの側にあるのだから，それが「数学的」形式をとることは当然である．その一方で，その秩序は，われわれの感性をしてそれ自体が最初から「数学的」性質を帯びていたとも受けとめさせる．すなわち，数学が本当は自然の側に存在するのではないか，という疑問が生じるのである．

そもそも，われわれが知り得る自然の秩序は，自然が人間に呈示した範囲に過ぎない．それはわれわれが数学をもって認識し得た部分に過ぎないのであって，その全貌は数学をもって立ち向かう人間の意識を超越した存在であるのかもしれない．否，人間の数学についての知見や認識の展開が自然のより広範で細緻な部分を明らかにしていく事実を考えると，本来は自然そのものが数学的秩序を伴って構成されていると考えざるを得ないのである．

こうした問題は，数学内部においても同様に提起される．19 世紀のドイツの数学者クロネッカーは，「自然数は神が創った．それ以外の数は人間が作った．」と述べたという[3]．人間存在の個別性（個別的な離散性）を考えてみても，それ自体が自然数的存在であり，それ故に自然数が人間の認識以前に存在すると考えることは可能である．そして，自然数に四則演算や冪根への開法を施せば，数の全体は人間の知によって拡張される．その一方で，円を描けばその周長は半径に対して π の比をもつ．円周率 π は超越数と呼ばれるが，それではこの数は人間が作り出した数なのだろうか．この問いは，円は人間が創造した図形であるのか，あるいは，人間とは無関係に自然のなかに存在するものなのかといった問題にまで関わる．神が創り給うた自然数の拡張として築き上げられた数の体系は，神の意志の延長上に位置づけられるのか，あるいは，人間の恣意の結果として把握されるのか，そのいずれかを判断することは極めて困難である．人間には，ただ数とそれが綜合する数学が人間とどのように関わるのかを傍観することのみが許されるのかもしれない．

上で述べてきた事柄は，人間の叡智が数学とどのように関わってきたかについて，その答えの一端を明らかにする．数学は永井の示唆する正当性と適応可能性をもって人間精神に働きかける．そして，人間は，それまでに手にした数学の諸概念，手法をもって新たな問題に立ち向かう．それはまた，人間の意志であるかどうかに拘わらず，新たな数学の形成につながるのである．

§3. 第二の問題提起 ～ 数学の文明性

それでは，数学は人間営為とどのように関わるのであろうか．

人類史の始まり以来，人間はさまざまに知恵を働かせて文化・文明を築いてきた．人間が共同体としての社会を形成する際に，そうした共同体における人々の生活習慣や生活様式，それらを支える精神性を文化と呼ぶならば，その一方で共同体を維持させるための知識や技

術を伴った機構や制度の登場は，文明形成の発祥とも考えることができる．したがって，文化という精神的基盤に支えられた人間営為の展開は，文明そのものの形成過程に呼応する．数学は，そうした文明の形成を支えてきた要素の一つとして捉えられる．たとえば，古代ギリシアにおける世界把握の基礎を担う調和の精神にしても，あるいは近代以降に文明推進の原動力となった科学と技術にしても，数学はその根底で重要な役割を果たしてきた．しかし，一言に数学といっても最初から今日の形式をしていたわけではない．それは時代や地域の精神性や価値と深く関わって存在し，その流れのなかで姿を変えていったと考えられる．

今日，数学の特徴としてよくいわれるのは抽象性や普遍性である．しかし，最初からそうした特徴を備えて登場したのではない．数学は，もともとは具体的な人間営為と結びついて思考されたはずである．それがいつの間にか「余分な」部分が削ぎ落とされ，いかにもコンパクトな形に整理されて今日の数学へ安着する．それ故に今日の数学は抽象的で普遍的な思考形式を標榜するのである．逆に，文明形成の過程で登場した数学は，より具体的な人間営為の一端としての性格を備えていた．それは数学というよりはむしろ「数学的諸活動」と呼ばれるべきものであったはずである．

それでは，こうした人間営為のなかで数学はどのような意味をもっていたのであろうか．数学が文化，文明の形成を主導してきたと考えるならば，数学が担ってきた役割は何であったのであろうか．逆に，人間営為の展開は数学の形成にどのような影響を与えてきたのであろうか．いわゆる「数学の文明性」の問題である．

今日では普遍的な学問とされる数学は，17 世紀のデカルト以来，19 世紀の細分化，理論化を経て概念的，抽象的体系の形成を目指して展開されてきた．実際，今日の数学は抽象性や論理性を備えた普遍的体系として特徴づけられるし，それ故に数学はさまざまな分野に応用され得るのである．しかし，その歴史経緯を考えると，数学が始原的に普遍性を備えていたという推察は必ずしも正しくはない．普遍的な数学の形成がヨーロッパ中心主義の下でこそ成し得たというのはある意味で事実としても，ヨーロッパにおいてでさえ，数学はその当初から「論理的構築物」として成立していたわけではない．逆に，結果としてヨーロッパ中心主義の下で整理された普遍的数学は，人間の生活や文化に結びついた原始的な性格をもはや失ってしまっていると考えるのが妥当である[4]．

こうした数学と文化との関わりについてはこれまでもさまざまな議論がなされてきたが，その一つにM. クラインの著書『数学文化史』がある[5]．クラインはこの書の目的を「数学が西洋文明を培う上に不可欠な役割を果たすという論旨を展開することにある」と述べながら，数学と人間営為—文化と文明—の関わりを論じる必要性を指摘する．クラインにとってその関わりは相互的である．すなわち，数学は文明形成を果たす重要な役割を担ってきたという一方で，数学の形成が人間の諸活動によって促されてきたというのである．

たとえば，クラインが

「数学の考え方が二十世紀の生活，思想を形成する上にどのような役割をしたか」
「数学が現代文化の重要な要素であり，さらに，それを形成する上に大きな力を揮った」

と述べるとき，そこには，数学が普遍性をもつこと，そしてそれ故にその高度な応用可能性が文化や文明の形成に機能したことがうかがえる．それは先に紹介した永井のいう数学の「正当性」およびそれに基づいた「適用可能性」と相通じる．

他方，クラインが数学を人間の創造活動とみなし，

「数学のもっとも顕著な動機は社会的必要性から直接起る問題に答えることである．」
「社会の力が数学に新しい息吹を吹き込まなかったなら，数学はしぼんでしまったであろう．」
「いかに数学が文明の力に養われ，文化によって活気づけられたかが判る．」

と主張するときには，人間のさまざまな活動が自らの精神を奮い立たせ数学的諸概念の形成に向かわせたと考えることができる．ここに数学が人間の文化・文明と相互に呼応しながら展開してきたという事実が見てとれ，それ故に人間営為をみるうえでのクラインのいう数学文化史の重要性が見出されるのである．

クラインの考えをさらに展開させるならば，次のような考察が可能になる．人間の諸活動は自らの精神に「数学的な何か」という感覚的な対象を生じさせる．人間は日々の生活をとおして数学に通じる何ものかに接する．それには図形的なものもあれば，量的なものもある．いずれにしてもその「数学的な何か」は，概念の抽出と綜合をとおしていつしか人間精神の内奥に数学の形成を促す．その行き着く先として，人間精神を越えた形而上学的な何かを見出すのか，人間自らの創造物としての数学の姿を見出すかはなおも議論の余地はある．しかし，ここで重要なのは人間の生活をとおした諸活動が数学形成を導いてきたという事実である．

数学が人間の側にあるのであれば，数学はそれぞれの時代の人間精神の所産として形成される．逆にそうでないなら，数学は人間精神を超えた存在として認識される．しかし，クラインの主張を受け入れるならば，数学は人間の文明と相互に影響し合うのであるから，前者と後者のいずれであろうと人間がそのときどきで手にした数学は人間を新たなステップへと導く．そして，人間と数学は時代や地域のなかで相互に依存し合いながら，互いにより「高度な」次元へと展開する．こうして人間営為から生じた数学はやがては一つの discipline を形成する．それでも，その経緯を考えれば，それぞれの時代や地域に生活する人間がもともと感じとった数学的な「何もの」か—数学に通じる意識—の存在は否定できないのである．

人間が共同体を形成するとき，その共同体は思考の方向，生活の術など一つの価値を共有する．それは数学に関しても同様で，ある共同体に芽生えた数学への意識はその《価値の総

体》に依拠することになる．すなわち数学もまた人間の文化・文明とは切り離すことのできない存在であり，そこに数学の文明性が見出されるのである．

もちろん人間営為は必ずしも数学との関係だけに限られるものではない．ただ，数学をとおして人間の生活や社会を眺めることは，数学を理解するだけではなく，それ以上に人間自身を知ることにつながると思われる．それは，もし数学が人間の側にあって人間の文化・文明と相互に影響し合ってきたならば，数学の形成過程はまさに人間精神の展開と重なるからである．そして，そうした人間精神は時代や地域，人間が集う社会や共同体に依拠する．したがって，数学形成を人間営為の基礎となる社会や共同体の《価値の総体》のなかで捉えることが求められるのである．

§4. 「数学への歴史」について

1. 下村寅太郎による「数学への歴史」

下村寅太郎の著作『科学史の哲学』(1941) [6]はヨーロッパ文化の根幹を成す「学問」の性格の省察を主題とする．下村は同書の序において「学問は本来偶然的無意識的な所産でなく，特に自覚的な形成であるゆえにヨーロッパの「精神」をこれにおいて索める事は誤りではないであろう」とし，精神史として学問の歴史をみること，また，とくに数学を「ヨーロッパの学問に独自な性格を見出し得る」ものとしてその中心に据えることを述べる．すなわち，「学問としての数学―「純粋数学」の形成はヨーロッパに独自な事件であるだけでなく，世界史的事件である」との前提に立ち，その省察の意図を次のようにまとめている．

「これがヨーロッパの学問一般の根本的性格に係わりをもつものではないか，今日の我々は数学の存在に慣れているが，しかし純粋数学の成立は実はきわめて稀有な歴史的個性的な事件であり，深き精神史的意義をもつものではないか，数学・科学（自然学）・哲学（形而上学）の三・一的な学問の体系を組織するヨーロッパ的学問の理念も数学の形成を媒介として初めて成立しえたのではないか――かかる学問理念の精神史的意義について若干の省察を行おうとするものが小著の意図である．」

また，この個所に引き続いて，下村は数学の歴史をみる眼について次のように述べる．

「したがってここでは特に数学の形成に力点が置かれている．しかし数学をその生成において考察すること，及びこれを哲学史並びに科学史との連関において考えることは一つの新しき試論である．」（下線は引用者による）

ここで「数学をその生成において考察する」，また「これを哲学史並びに科学史との連関において考える」視座が示される．この視座を下村は「数学への歴史」と呼ぶ．「数学への歴史」は「数学の歴史」と同義ではない．これは同書第二章第二節において，さらに明確に説明される．

「今日では数学は自律性をもった一つの科学であり，哲学その他の実質的科学から独立な純粋に形式的な学問である．原理上あらゆる経験的内容から独立な純粋思惟の形式的操作が今日の数学を構成している．しかしかかる数学は近世の展開の結果である．しかしこれはどこにも存在する事実でなく，歴史的に個性的に成立した事件である．通常の数学史は数学の歴史である．すでに数学として存在する数学の発展の歴史である．しかしそれには数学そのものの成立が予想されている．あるいはむしろその生成が自覚されていない．我々の問題は数学の歴史でなく，数学への歴史である．単なる数学の自然的発生史ではなく，数学の形成の精神史である．」

すなわち，「数学の歴史」とは，数学をあらかじめ独立した学問とし，それを前提とした上でその歴史をみる姿勢を表す．また，他の学問との関連を問題とする場合でも，同じくその独立を前提された諸学の影響や相互の関係性という範囲において論ずるに留まる．他方，「数学への歴史」は，個々の学問それ自体の生成・成立を問題とし，それへと至る歴史的過程そのものを―（ヨーロッパ世界における）「精神史的な問題」として―みることを課題とする．そしてその過程は，簡潔に言えば数学と科学（自然学）と哲学（形而上学）とが一体化した状態から互いに分離独立し，それぞれ独自の性格を獲得しながらも相媒介し，相関係し合う三位一体的体系をなしていく過程として描かれる．これこそギリシア精神の伝統の下にのみ成立し得た，他のいかなる文化にもみられない，ヨーロッパ的学問理念の独自性とされる．

「それは数学成立の心理的過程でもなく，単に外的な社会的制約を問題とするのでもない．これらはいずれも自然史にほかならぬ．精神史の問題は，本来単なる算数測量の技術たる数学が，哲人のあるいは国家指導者の，必須の教養と解され，神的な智慧，永遠の相を示すと言われるような学問としての数学となることにおいて精神が経験する歴史である．」

下村によれば，数学と科学と哲学との区別がようやく問題とされなくなったのは19世紀後半の出来事に過ぎないとされる．

すなわち，下村は，数学が，数や図形などを対象とする人間の数学的営為そのものだけではなく，人間を取り巻く具体事象を扱う自然学と，それを思考し認識する人間の哲学―形而上学的精神―のある種の“混沌”から「生成される」とするのである．ここで“混沌”とい

っても，それは全くの無秩序の状態を意味するわけではない．むしろ，それらがやがては三位一体的体系を備えた存在として生成され得る一体性を有するものであり，その生成は人間精神によってなされるのである．したがって，数学の形成—下村が言うところの生成—には，まさに高度な精神性が認められるのである．

2. 村田全による「数学への歴史」

上で述べた下村の「数学への歴史」に影響を受けた一人が村田全である．村田は1960-70年代にかけて，学問としての数学史の意義の根底を問う一連の論文を発表している[7]．たとえば，「「数学」の概念と数学史への視点」（1969）においては，数学史の学問的意義や目標について，それが数学や数学教育などとは別の固有の世界を持つことを主張した上で，次のように述べている．

「数学と数学史との間には，哲学と哲学史との関係を含めて，個々の特殊科学とその歴史との関係に似た極めて密接な関係が存在する．・・・しかし，その反面，我が国の数学界では数学を数学史の中で考察したり，学問・文化の中で考えたりということがあまり重んじられず，数学が歴史の中で形成されたものであることや，今後もまたそうであることなどが，十分意識されていないように思われる．・・・現代に密着しすぎない「数学」像を得ることや，そのような「数学」を人間の文化の中に位置付けることなどを念頭に置いて，あえて数学史の現代の数学からの独立性を強調しているというわけなのである．」[8]

村田はとりわけ数学が西欧思想史上において，あるいは学問史や文化史全体に及ぼしてきた影響を考えると，数学それ自体がもつ歴史性や文化性（文明性）をみることはもっとなされるべきではないかと強調している．

また，同時代に世に出た『ブルバキ数学史』[9]の「訳者覚え書き」においては，そのアイデアを最初は下村から学んだことを明記した上で，「数学への歴史」の考え方について触れている．すなわち，村田は学問としての数学史の意義を問う場合，その役割を三つに分けて捉えることができるという．第一は「その数学史が数学自体の中で果たす役割」，第二は「同じく人間の歴史一般の中で果たす役割」，そして第三は「今述べた二つの歴史上の役割を契合するもの」としての「数学への歴史と呼ぶべきもの」の役割であり，これが第一・第二の歴史にしかるべき影響を与えているとする．

「この考えは，特に西欧において，「数学」という学問がいわば虚無の中から次第に一つの形をなしてきたものだ，ということを意識し，そこに西欧文化史を貫流する一つの重大な哲学的要素を認めようというのである．あるいはもっと正確に，今日の「数学」へとつ

ながってきたところの，一つと言うよりもむしろ混沌として多彩な或る学問的思潮の展開—あるいはその“学問”ということの意味の変遷自体がまた吟味の対象となるような或る展開—を問題にしようというのである．今日のような意味での「数学」を作ろうという意図が太古からあったはずは到底ないにもかかわらず，結果において今日みるような「数学」ができ上り，それがこのように人間の世界に力を及ぼしている—このことは，数学の中のことか外のことかを問う以前の問題として，大きく言えば人間の運命にとっても極めて大きい一つの問題であると言えるであろう．」[10]（下線は引用者による）

村田は，その歴史が数学の中か外かを問う以前に，そもそも数学それ自体がどのように成立してきたのかを，より広い視野に立って眺めてみる必要性を説いている．やはり下村と同じく，初めから今日的な意味での「数学」なる学問が独立的に存在していたわけではないこと，その存在をあらかじめ念頭に置いた上で数学史をみることへの疑問，さらには数学という学問の歴史が「ある一つの重大な哲学的要素」に導かれながら，より壮大な学問史的思想史的経緯において，それへの形成として捉えられるべきとする主張が感じられる．

§5. 「数学への歴史」の一断面としてのルネサンス芸術理論

「数学」という学問がそれ自体として生成・形成の歴史をもち，その一個の自立的学問としての完全なる成立が19世紀後半であるとすれば，「数学」はそこへ至る永い歴史的過程において，むしろ他のさまざまな人間営為との関わりにおいて—より未分化で混沌とした状態を通じて—展開してきたとみるべきであろう．たとえばルネサンス期にあっては，数学（あるいは数学的知，数学的行為とも呼ぶべきもの）は芸術と極めて深い関わりをもっていた．レオナルド・ダ・ヴィンチ（Leonardo da Vinci : 1452-1519）に代表されるように，ルネサンス芸術の巨匠の多くが数学的あるいは科学的関心をもち，また実際にそれを研究したことは周知のとおりである．また，線遠近法や人体比例論などの芸術理論研究の隆盛は，まさにそのような芸術家たちの志向を端的に示すものといえよう．

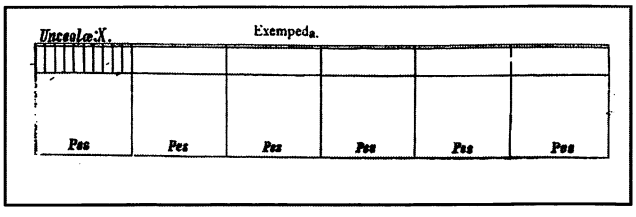
ここで試みに，初期ルネサンスを代表する人文主義者レオン・バッティスタ・アルベルティ（Leon Battista Alberti : 1404-1472）の人体比例論を例に，とくにそれがもつ数学性（数学的要素）について検討する．なお，ルネサンスの芸術家については先の下村寅太郎をはじめ多くの先行研究が存在する[11]．したがって，その数学的，科学的営為についても，本来ならばそれらの先行研究を十分にふまえた議論が必要であるが，ここでは今後の研究に向けての一試論として，彼らの行為の意味を哲学的に問うというよりはむしろ，彼らが実際に行ったことに即して，そこにどのような数学性がみられるか，ということを指摘するに留めたい．

人体比例論とは人体の理想の美を数学的比例によって定式化することを求めるものである．これはルネサンス期にとくに盛んに研究されたが，なかでもアルベルティは著書『彫刻

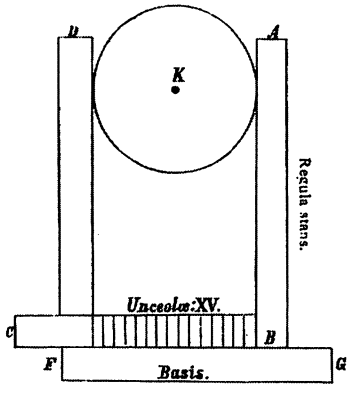
論』[12]においてこれを論じ，独創的な人体比例論を展開した．彼はここで理想美の規準となる人体比例（canon）を提示すると同時に，それを得るための方法論を説明している[13]．

アルベルティの方法は人体計測である．彼はまず，「エクセンペダ」と呼ばれる定規を作製する．これは計測対象となる人体の身長と同じ長さをもち，この長さがさらに1/6，1/60，1/600まで分割される．このようにして得られた長さはそれぞれエクセンペダ，ペデス，ウンケオラ，ミヌータと呼ばれる（したがって1エクセンペダ＝6ペデス＝60ウンケオラエ＝600ミヌータとなる）．この尺度体系に基づいて計測が行われる．アルベルティはさまざまな計測器具を考案し，その使用法について解説している．

次に，多くの識者によって美しいと認められるような人体が複数選ばれ，これらの人体のさまざまな個所の高さ，厚さ，幅が計測される．たとえば高さは，「地面から臍まで」，「腰回りまで」，「顎まで」というように区分されて計測され，また幅は「足裏の最大幅」，「脇の下の胸の最大幅」というように，厚さは「臍から腰部まで」，「額から後頭部まで」というように区分されて計測される．これらの計測個所は（版によって多少の違いはあるが）高さ＝27個所，幅＝22個所，厚さ＝19個所に及び，さらには屈折など運動によって変化する量まで把握することが試みられている．彼はこのようにして何体もの生体を計測し，得られたデータをいわば平均化し，最終的に最美の人体の比例を数値化したと考えられる．



エクセンペダ（森訳『芸術論』p.12）



可動式定規（森訳『芸術論』p.14）

アルベルティが用いている計測体系は今日では通称《エクセンペダ・システム》と呼ばれ，イタリアの他の理論家にはみられないものである[14]．ここで注目すべきは，アルベルティが―完全に一般化された体系とはなっていないにせよ―独立した尺度に基づいてより精密な計測を追求しているという点，またその表示方法に，いわゆる小数的発想がみられるという点である．また，複数の計測値から中庸を選び出し平均化するという手法は，それまでのギリシア的幾何学的完全性の世界から，数量的統計学的精確性へと向かう時代の変化を，いち早く垣間見せていると推測される[15]．しかしこうした分析が，後の「数学」の存在を前提した

上での評価であってはならないことはいうまでもない．アルベルティが自覚的に，意図的に数量的方法や小数的表示を追究しているとは考えられないからであり，そうした概念や方法は，あくまでも implicit に含まれているに過ぎないからである．

ここではむしろ，ルネサンスの芸術理論家が，その思想的背景なども含めてどのような意図でこうした方法論を展開したかをありのままにみることが求められる．しかし，ルネサンスという時代—ある意味で職人的技法の高まりがみられ，同時に数学を含めて古代ギリシア的知が復興した時代—にあって，アルベルティの思考が小数的表示を含む数量的方法を必要としたのであれば，それはまさにアルベルティという芸術家の精神がそれを導き出したと考えられるのである．それは，彼の仕事が「数学への歴史」の一断面として位置づけられる可能性を意味しているのである．

§6. おわりに

本稿では，数学とは何かという問題に対し，学問としての数学の歴史的展開を眺める視点として，永井博，M. クライン，下村寅太郎，村田全の論考を中心に検討した．確かに数学もまた他の学問と同様に，人間の知の歩みの中で形成され展開されてきた．しかし，それ以上に注目すべきであるのは，数学の形成が人間営為とくに歴史背景をふまえた人間の精神性に依拠するという点である．

これはまさにマリオ・リヴィオが著書『黄金比はすべてを美しくするか』の最終章で提起した問題にも通じる[16]．マリオ・リヴィオは物理学者であるユージーン・ウィグナーの講演を引用し，「自然科学における数学の不合理な有効性」を論じる．確かに数学は人間の自然認識に見事なほどに適合し，その威力を発揮する．マリオ・リヴィオはこれを数学存在の本質的問題と結びつけ，二つの視点から検討を試みている．一つはいわゆるプラトン主義—あるいはケプラーやガリレオのように数学を宇宙の言語にまで引き上げた「修正プラトン主義」—で，数学は常に抽象的であり，人間から切り離された客観的存在であるという主張である．ここでは，人間はただ「数学」を見出すに過ぎないことになる．もう一つの方は形式主義あるいは構成主義と関連した見方で，数学は「人間の脳の外には存在しない」ことを主張する立場である．この場合，数学そのものには客観的実在はなく，人間の思考の所産として知恵や意識，時代や地域に依存することになる．つまり，数学が人間の進化とともに整備されたからこそ自然をうまく説明できるというのである．

しかし，マリオ・リヴィオは「数学の不合理すぎる整合性」を説明するのにはこれら二つの視点のどちらか一方ではなく，両者を複合した見方の必要性を説く．プラトン主義は必ずしも数学の有効性を説明してはいない．また，数学が人間の知の所産であるという見方では，組み紐を編んだような数学の延長性を説明できない．人間が数学を造り出すと考えても，捻り出した数学的事象が人間の意志とは無関係にすでに一連の理論のなかに組み込まれている

ことは否定できないからである.

本稿で論じた数学の形成に関しては，実はもう少し本質的な論点があることも事実である. 人間は数学を発見するのか，発明するのか—この議論には終着点が見出せない. 人間が自らの知を振り絞って数学を展開させて自然のより精緻な姿を描き出そうとも，自然はなおも「数学的秩序」，神秘ともいえるその調和の姿を感じさせる. それは，おそらくはマリオ・リヴィオの主張でもあろうし，「数学への歴史」を検討する根底に存在する問題点とも思われるのである.

注

1 永井博,「数学の実在性—数理哲学の一つの問題—」,『思想』, 岩波書店, 1967 年, 3 月号, pp.297-310, 引用は順に, p.299, p.300.

2 ゲーテの記述は，正確には「研究者が自然を拷問台にかけ，あらかじめ自分が信じ込んだものを自然に自白させようとした. 」である.
ゲーテ著，高橋 義人ほか 訳，『色彩論【完訳版】』，工作舎，1999 年（『色彩論』論争篇，114.）

3 E.A.バート著，市場泰男訳，『近代科学の形而上学的基礎』，平凡社，1988 年，p.61.

4 この問題に関しては以下の拙著での議論を基礎にしている.
Hirano, Y. : Notes on Ethnomathematics fron the viewpoints of the History of Mathematics, *Proceedings of The International Conference on Mathematics Education, History of mathematics, Cultural History of Mathematics, Informatics, and Learning Disabilities*, Beijing Academy of Educational Sciences, 2000, pp.127-132.

5 M. クライン著，中山茂訳，『数学文化史（上巻）』，河出書房，1962 年.
（本稿での引用は，順に，p.3, p.4, p.13, p.14, p.17, p.20.）

6 下村寅太郎,「科学史の哲学」,『数理哲学・科学史の哲学』（下村寅太郎著作集第 1 巻）所収，みすず書房, 1988 年, pp.143-329.
（本稿での引用は，順に, p.143, p.144, pp.191-192, p.193.）

7 たとえば『思想』（岩波書店）誌上に発表された以下のような論文がある.
・「数学的創造の底流」（『思想』, 1967 年, 3 月号, pp.284-296.）
・「「数学」の概念と数学史への視点」（『思想』, 1969 年, 4 月号, pp.527-539.）
・「数学の単一性と多様性をめぐる試論」（『思想』, 1972 年, 4 月号, pp.533-561.）
・「歴史学としての数学史・科学史」（『思想』, 1977 年, 1 月号, pp.25-42.）

8 村田前掲論文（1969 年）, p.96.

9 ニコラ・ブルバキ著，村田全・清水達雄訳，『ブルバキ数学史』，東京図書, 1970 年.

10 ブルバキ前掲書, p.291.

11 たとえば，下村寅太郎，『ルネサンス研究』（下村寅太郎著作集第 4 巻，みすず書房, 1989 年），『レオナルド研究』（同第 5 巻, 1992 年）など多数の研究がある.

12 独語訳: Leon Battsita Alberti, *Das Standbild (De Statua). Die Malkunst (De Pictura). Grundlagen der Malerei (Elementa Picturae)*, Herausgegeben von Oskar Bätschmann, Darmstadt, 2000, pp.142-181.
邦訳: 森雅彦編著，『レオン・バッティスタ・アルベルティ 芸術論』，中央公論美術出版，1992 年, pp.5-38.

13 以下、アルベルティの方法論に関しては，森前掲書, pp.7-25 を参照した.

14 ただし，ドイツ・ルネサンスの大画家デューラーの人体比例論に，これと類似したシステムがみられ

る．詳細は以下を参照されたい：
永井繁樹，中村朋子，「理想の身体 2—デューラーの人体比例理論—」，『文明』第 4 号所収，東海大学出版会，2004 年，pp.39-48.

15 アルベルティの方法論の詳細及び評価については以下の拙稿を参照されたい：
中村朋子，「ヨーロッパにおける人体比例論の系譜—数学的知の展開からの一試論—」，『数学教育学会誌』第 48 号，2008 年，pp.37-55.

16 マリオ・リヴィオ著，斉藤隆央訳，『黄金比はすべてを美しくするか？』，早川書房，2006 年．
本稿で参照したのは，「9 神は数学者なのか？」（pp. 283-312）の章．なお，以下の原著も参考にした：LIVIO, Mario, *The Golden ratio: the story of phi, the world's most astonishing number*, Broadway Books, 2002, pp.229-253.