数学の文明性についての一考察
― ユークリッド『原論』をめぐって ―*

坂本　秋奈　Akina SAKAMOTO**
平野　葉一　Yoichi HIRANO***

Note on the relation between mathematics and civilization
— From a viewpoint of the acceptance of Euclid's Elements —

Summery

What is mathematics? This might be one of difficult questions to reply in a few words: mathematics has had quite a long history as process of its development, where several aspects could be seen both as theorization towards a discipline and as a practice to human activities. Then, it is easier to elucidate how mathematics has had relationship to human activities, in respect of the formation of human intelligence, as it was a human sense of value, and also of the developments of various kinds of human substantial activities. Those human beings have built up should be considered as civilization, and therefore, mathematics which is a product of human wisdom must also be one of civilization. When we consider mathematics as a key element to understand our civilization, we have to see a society or a community including mathematics as an integrated system of multi-cultured dimensions just like human cultures, human life-styles, science and technology.

In this article, we discuss an aspect of civilization which would invest mathematics. The discussion includes a couple of questions: (1) does human activities in each culture and civilization influence the formation of mathematical discipline? ; and on the contrary, (2) how does mathematics influence the human activities in each culture and civilization? In these questions, "mathematics" should be considered as universal thing we actually possess, but it might be also possible that human mathematical activities depend on each society in each period.

The aim of the article is just in this point. Taking up the problem of the acceptance of Euclid's Elements, as example, we discuss the relationship between mathematics and human activities. It is natural that this historical work should be considered as a touchstone for the formation of demonstrative mathematics, but its acceptance is not always the same in the historical process of its diffusion. We show two different aspects; the one is the case of Pacioli's "Summa" in the Renaissance, and the other is the case of Newton's "Principia"

* 本稿は、東海大学文学部ヨーロッパ文明学科において2008年度に提出された卒業論文（提出者：坂本秋奈、指導教員：平野葉一）である。本稿では、原著の主旨および形式を尊重し、一部を修正した。

** 東海大学文学部ヨーロッパ文明学科2008年度卒業生
*** 東海大学文学部ヨーロッパ文明学科

in the 17th century. Pacioli's treatise of Euclid's Elements seems to include practical feature, and on the contrary, Newton tried to construct the reasoning of "Principia" by adopting the structure of Euclid's Elements. From these facts, we could point out that mathematics is estimated as one of factors related to the civilization of each period.

§1. Introduction

数学とはいかなるdisciplineを形成してきたのであろうか。確かに「数学とは何か」という問いの答えはそれ程簡単には見つからない。しかし、数学が一方では人間精神の抽象的、論理的思考を促し、また他方では実践的活動の具体的道具として機能してきたことは事実である。それでは、我々は人間による文明営為との関連として数学の形成史をどのような視点で眺めればよいのであろうか。

こうした問いに関連し、むしろ一般的な歴史の見方として、アナール学派[1]のマルク・ブロック（Marc Bloch：1886-1994）は、次のように述べて歴史の見方に対する一つの方向性を提起している。

「「現在から出発して過去を理解」しなければならず、また、「過去の光に照らして現在を理解」しなければならない。」[2]

ブロックの意識は、歴史は現在から"遡行的方法"によって真の動向を復元することが可能になるというものである。したがって、数学の歴史を人間営為から眺める場合にも、現在の数学の姿を見定め、そこから過去の数学の地域的、時代的意味を解き明かすことが重要となる。これは数学を各々の地域、時代のなかに位置づけるという意味でいわば全体史的立場であるが、やがてアナール学派も構造主義の影響の下で、一つの文明における価値の総体的形態の把握という方向に向かう。これは、たとえばフーコー（Michel Foucault：1926-1984）にして、"一般史"の可能性へと結びつけられる。ここで"一般史"というのは、「特定の時代の社会全体の包括的な歴史ではなくして、特定の社会における政治的、経済的、文学的、技術的、科学的、その他の諸形態のあいだの関係のシステムの分析」[3]を意味する。

このアナール学派に由来する立場をとるなら、数学においても理論的展開とは異なった歴史経緯が見えてくる。すなわち、それは数学が個々の地域や時代とどのように関わるのかという問題であり、いうなれば"数学の文明性"という問題である。

本稿ではこうした問題に対し、論証数学の最初の契機ともいうべきユークリッド『原論』を題材に考察することを試みる。数学史上最も古い論証の書といわれる『原論』に着目し、この書がとくにルネサンス期にどのように理解されていたかについて検討しようというのである。とくに当時の数学者パチョーリの研究をとおして演繹幾何学と人間営為の関わりを見ることで、数学と文明の相互依存性を明らかにすることを目指す。

そのために、本稿では、本節の問題提起を受け、第２節では"数学の文明性"を検討する上での方法論として数学史的アプローチの問題を紹介しながら"ethnomathematics"の重要

性について検討する。次いで、第３節では、本稿が題材とする具体的対象としてのユークリッド『原論』について、とくにその論証体系を中心に紹介する。さらに、第４節では、ルネサンス期におけるユークリッド『原論』受容のケース・スタディとして、当時の数学者ルカ・パチョーリの著作である“Summa”をとりあげ、その特徴について検討する。最後に、第５節において、パチョーリの例をケーススタディとしてとユークリッド『原論』の時代における意味について考察し、最後に、ニュートンの主著『プリンキピア』の構造とを比較することで“数学の文明性”に関する一つの方向性を示して結論にかえたい。

謝辞

本稿第４節のパチョーリの“Summa”の各章のラテン語表題に関しては、ヨーロッパ文明学科講師の杉山晃太郎先生にラテン語の解釈についてご指導いただいた。ここに心から感謝の意を表する。

§２.「数学の文明性」と数学史研究

(１)“数学の文明性”に関する一つの問題提起

人間は登場以来さまざまな知恵を働かせて文明を展開させてきた。そうした文明形成の過程においては、人間の「数学的認識」、「数学的思考」、「数学的作業」が重要な役割を担ってきた。ここで「数学的認識」とは、人間が身の周りの対象を数や図形といった“数学的対象”に置き直して把握することを意味する。たとえば古代の租税徴用において土地の面積や収穫量の把握がこれに当たる。また、「数学的思考」とは、把握した“数学的対象”がもつ性質を検討し、必要に応じて理論化することである。たとえば、古代エジプトでの“仮定法”による１次方程式の解法（たとえば『リンド・パピルス』問題24）[4]や、ニュートンによる微分積分学の成立などを考えればよい。そして、「数学的作業」とは、人間がさまざまに理論化した“数学的対象”を実践に応用することを意味する。リンド・パピルスでは穀物の量を未知数とした方程式を解くことで租税として徴収すべき穀物の量の計算を可能にし、上のニュートンの場合でいえば、曲線運動の微少な変化を扱う微分積分学を構築し、それを用いて太陽の引力に従う惑星の運動を楕円軌道に位置づけるのである[5]。

このように、数学は人間の文明形成と深く関わってきた。確かに17世紀以降にヨーロッパを中心に展開し、19世紀に高度な抽象化を果たす数学は、それ自体が合理的理念のもとでまとめられた普遍数学に違いない[6]。しかし、人間営為との関わりから見るとき、数学は必ずしも人間精神の創造物というだけの存在ではなく。さまざまな点で人間の具体的営為と関わってきたのである。たとえば、租税、建築、絵画、･･･などを考えればよい。そして、これらの活動と数学の関わりを考えるとき、数学は単にこうした活動を後押ししてきただけではなく、逆に数学自体がこれらから“進歩”の契機（moment）を受けていることもまた事実として認められる。すなわち、数学は常に人間とともに存在し、人間営為に関わってきたのである。それ故に数学は“文明的”であり、我々がそうした“文明性”を認識するためには数

学の歴史的展開に目を向けることが不可欠である。

ここで、数学の歴史的展開といっても通時的視点だけが問題になるのではない。数学の文明性を考える上ではそれぞれの時代、地域に存在する数学をその時代の価値の中に位置づけることが重要であり、それゆえに共時的視点も必要となる。すなわち、数学と人間営為の相互関係が問題となるが、これついては数学史研究の方法論も含めて次項で検討する。

（2）数学の歴史を見る立場

前項で、数学の文明性を認識する上では数学の歴史的展開を見ることが重要であると述べたが、それでは実際に数学史研究とはいかなるものであるかについて考えてみる。

数学を歴史的に見る方法としては、たとえば次の３つのアプローチがある[7]：

（1）internal history　内的な理論史の立場からの研究
（2）external history　外的要因史の立場からの研究
（3）total history　全体史の立場からの研究

ここで、internal history（内的理論史）は数学の諸概念や諸理論そのものの歴史的展開を意味する。数学が人間精神の創造であるなら、それ自体は人間の“真理”探求の行為であり、それゆえに高度に精神性に関わる問題となる。これに対して、external history（外的要因史）では、人間の創り出すさまざまな事柄（組織、社会、制度、･･･）が数学の展開にどのような影響を与えたかについて論じることになる。このように考えると、人間の精神性から生じる数学理論と実際の人間営為とを有機的な結合として眺める視点の必要性が生じる。これがtotal history（全体史）的視点というべきものである。

数学史における total history 的な視点を最初に明確に提起した一人にグラビナー（J. V. Grabiner）がいる。

1974年の論文[8]において、グラビナーはまず「数学的真理は時間に依存するか？」[9]という問いを提起する。そして、彼女は数学が手にしてきた事柄が時代や地域によって性格を異にすることを、18世紀のオイラー（L. Euler: 1707-1783）や19世紀のコーシー（A.-L. Cauchy: 1789-1857）を引いて例証していく。とくに18世紀の微分積分学が厳密な理論的証明より結果を重んじることを、この時代が科学革命直後の具体的事例を重んじる時期であることなどから特徴づける[10]。また、バークリー（G. Berkeley: 1685-1753）の見解を引きながら17世紀当時の極限概念の曖昧さを述べた上で[11]、18世紀から19世紀にかけての微分積分学の展開が論理性という点でユークリッド『原論』に代表される古代ギリシアの幾何学ほどの厳密性をもたないことも指摘する[12]。こうした議論から、たとえ人間の精神活動に大きく依存する数学であるとしても、具体性あるいは抽象性のそれぞれを重んじる時期や地域に応じて、得られる“真実”の形式や度合いが異なることを結論づける。

グラビナーの主張を言い換えれば、数学は“普遍的な真理”が時代を追って順当に積み重ねられて形成されてきたわけではない。むしろ、それぞれの時代や地域における“真理”が

人々や社会の価値に依存しながら求められてきた、ということになる。それは、「数学は革命的変革をもたない唯一の学問なのではない。数学もまたそうした変革をもつ“人間営為”であり、その変革は破壊的ではないにしても最も基本的な革命的変化ということができるのである。」[13]というグラビナー自身の言葉にも表れている。そして、このグラビナーの主張を貫く歴史を観る視点こそが、数学史における全体史的アプローチを象徴しているのである。

ところで、上で述べたグラビナーの視点は数学そのものの歴史的展開に向けられたものである。すなわち、この全体史的アプローチのターゲットはあくまで数学であり、さらには数学がそれぞれの場面で到達してきた“真理”の在り方なのである。しかし、本節の主題である“数学の文明性”という問題を考えるとき、このアプローチはより一層の重要性を提起すると思われる。それは、このアプローチが次項で述べるethnomathematics（民族数学）と呼ばれる視点へと展開する可能性を含むからである。

（3）Ethnomathematics—人間営為と数学の関わり

上では、“数学の文明性”を論じるには数学の歴史経緯—人間営為との関わりをふまえた歴史的展開—を見ることが必要であること、さらにその歴史経緯を見る上では全体史的アプローチが重要となることを述べた。また、その一方で、前項のグラビナーによる全体史的アプローチが数学そのものの在り方をターゲットにしていることも指摘した。しかし、全体史的アプローチをさらに広義にとらえるならば、その延長上に“数学の文明性”を論じる上での効果的な方法が見出されると考えられる。グラビナーの主張するように、それぞれの地域、時代において数学が求めるもの—“数学の真理”—がそれぞれの人間営為や社会の在り方に関わるのであれば、数学自体が人間精神やそこから生じる人間の文化や社会活動などを反映した結果であると考えられる。そして、逆もまた成り立つと思われる。すなわち、それぞれの地域、時代の数学は当時の人間のさまざまな活動に影響を与え、場合によってはその活動を方向付け、また、規定すると考えることができるのである。

北京師範大学の客員教授である横地清はかつて、個々の時代の人間営為がその時代の数学を反映するとして、絵画や彫刻といった芸術活動から個々の時代の数学的特徴を考察する視点としての“数学文化史”（cultural history of mathematics）の重要性を提起した[14]。この“数学文化史”というアプローチは芸術などの諸活動の中に数学的な理論や思考を見出す試みであるが、しかしながら、それはどちらかというとグラビナーと同様に数学自体をターゲットとしたものであったいうことができる。

ここで、グラビナーや横地の方法論を根底に置きながら数学ではなく人間営為の方に着目すると、もう一つ別な視点が見出される。それは、数学自体がそれぞれの時代の人間営為に組み込まれるという視点である。こうした視点は、ある時代、地域における数学を一つの学問として特化するのではなく、それを社会にのなかに意味づけることになる。すなわち、数学を社会という価値の総体のなかで共時的にとらえようというのである。そこに、“数学の文明性”を議論する一つの方法もまた見出されると思われるのである。

こうした視点への可能性として考えられるのが“ethnomathematics”（民族数学）である。

“ethnomathematics” はある意味では数学教育との関連の中で用いられてきたものである。言葉の意味からすると、“ethno-mathematics” は日本語では「民族－数学」であり、一般的には、西欧で形成された universal mathematics（普遍数学）とは異なった独自の形式で展開してきた数学―アジアやアフリカなどに代表される地域的、土着的数学―を指す。つまりethno -mathematicsはuniversal mathematics に対立する。

“ethnomathematics” のこうした原義について、数学史および数学教育の研究者であるダンブロシオ（U. D'Ambrosio）は次のように述べている。

「[人類学者たちと] 文化史や数学史の研究者の間の関係づけを認識するならば、それは形式の異なった数学をもたらしてきた種々の思考法の存在を認める重要な一歩である。こうした試みこそ民族数学（ethnomathematics）と呼ぶことができるであろう。」[15]

ダンブロシオの主張をふまえると、異なった地域や文化の下で展開された数学の差異が、単に形式的な問題ではなく、むしろより深淵にある人間の思考法に関わることが見えてくる。その一方で、個々の地域で文化や文明を築き、支えてきたのはまさに人間の思考法である。したがって、ethnomathematicsという視点は、人間精神が築いてきた数学の姿を浮かび上がらせると同時に、数学を携えた人間の諸営為の結果としての文明をも明らかにすると考えられるのである。

こうしたダンブロシオの主張を受け、ethnomathematics がさらなる重要性をもつことについては平野がすでに指摘している。

「･･･数学はその発展過程においては個々の文化や社会に通時的にも共時的にも依存するような空間を形成してきたとみなすこともできる。すなわち、時代や地域に応じて数学が一つの価値空間を形成し、それぞれの空間ごとにその意味も異なっていたのではないか･･･こうした視点から数学を見る分野に民族数学（ethnomathematics）があるが、これは個々の地域における数学の様相を把握することで数学の意味を探求するだけでなく、数学を通してその地域の文化や文明を理解することを可能にすると考えられている。」[16]

さらに平野はethnomathematicsの概念を展開させ、西欧から隔離された地域数学だけにではなく、19世紀の西欧数学においてでさえこの視点が通用することを示唆している。具体的には、19世紀のフランスとドイツにおける代数学の進展の違いがそれぞれの数学者の研究姿勢や教育体制に呼応するという例示[17]であるが、そこには普遍的な数学でさえも数学外の人間営為に左右され得るという点が問題視されている。

現在のような論理的、抽象的な数学はそれ自体普遍的である。しかし、その形成過程において見出されるさまざまな様相には、数学と人間営為との関わりが見え隠れする。それは同時に“数学の文明性”を垣間見ることでもあると感じられるのである。

§３．論証数学形成とユークリッド『原論』の成立

（１）ユークリッド『原論』成立の背景

（ⅰ）論証数学形成の社会的背景

今日、論証数学の芽生えは古代ギリシアに見られるとされる。すなわち、命題を順に証明する体系の登場である。この最初の書が紀元前300年頃に編纂されるユークリッド『原論』である。

数学の論証化に関するこうした動きが古代ギリシアに見られることは、単に数学的知識や思考が増大したことに起因するのではなく、同時に社会的意識の自由度が関係している。

かつての古代エジプト—たとえば上で述べたB.C.2000年頃の『リンド・パピルス』の時代—においては、測量士たちは神官であった[18]。彼らは庶民とは区別された特別な知識と技法を備えるがゆえに、数量的な計算を支配していたともいうことができる。庶民にすれば、その計算方法が問題ではなく、求められた結果が大切であったのである。これに対し、山と島からなる自然の下で成立した古代ギリシア文化圏には集約的国家が誕生しなかった。逆にいうと、中央による強権的支配構造が弱い古代ギリシアにおいては、人々は互いに議論する基礎を築いていったのである。こうした状況に対し、カッツは、中央集権国家であったバビロニアとの比較の上で古代ギリシアを論じる中で、「（古代ギリシアのポリスにおいて）どの政府も法によって統治されていて、これは市民が議論と討論の技術を学ぶ動機となった。おそらく、数学における証明の必要性を促進したのはこの雰囲気であった。」[19]と述べている。

このようにして、論証数学を産み出す土壌は古代ギリシアに準備された。実際、タレス[20]とそれに続くピタゴラス[21]以来、古代ギリシアは着実に論証数学形成への道を歩むことになるが、そうした中で登場するのがユークリッド『原論』である。

（ⅱ）アリストテレスによる論証科学の構造

ユークリッド『原論』についてはその特徴や構成を含めて次項で述べるが、ここでは、『原論』に至る経緯の一端として、学問における論証性の導入についてふれておく。

確かに、今日『原論』は論証数学に基づく最古の著作と考えられている。しかし、こうした試みは、ユークリッド以前にも見出される[22]。たとえば、キオスのヒポクラテス（Hippocrates of Chios: B.C.440頃）はユークリッドに先だって『原論』と同様の書（これも『原論』と呼ばれている）を著したとされる。ただし、『原論』が当時の数学全般を扱っているのに対してヒポクラテスが扱った分野は限られており数学全体に及んではいない。それは、ユークリッド『原論』の最初の３巻に相当すると伝えられている[23]。

ユークリッド『原論』は確かに紀元前300年頃に論証体系を備えた書として編纂されるが、それ以前に学問における論証的構造を論じたのはアリストテレス（Aristoteles: B.C.384-B.C.322）であった。実際、アリストテレスは『分析論後書』において論証科学の構造について論じている。

アリストテレスは『分析論後書』において次のように述べている。

「おもうに、論証の含む要素には三つのものがある。一つは論証されるもの、すなわち、それは論証の結論であって、或る一つの類に、その類自体に即してある事柄である。他の

一つは公理である。公理とは論証がそこから出発する原理である。第三のものは［論証の］基礎に置かれる類であって、この類の属性、すなわち、この類に、そのもの自体に即して付帯する属性を論証は明らかにする。」[24]

この引用では、「原理」や「属性」の術語は見られるものの、論証科学の三階層構造は必ずしも明確ではない。しかし、アリストテレスはさらに議論を進め、次のように述べている。

「･･･すべての論証科学は三つのことに関わる。[1]そのもののあることを科学が措定するもの（これは類であり、それにそのもの自体に即して属する属性を科学は研究する）と、[2]いわゆる共有の公理（これらを第一なるもおとして、そこから論証がなされる）と、[3]第三には、属性（それらのそれぞれが何を標示しているかを科学が容認する）である。･･･少なくとも本来の成り立ちからみれば、これら三つのこと、すなわち、科学がそれに関して証明するもの、それを証明するもの、そこから証明するものの三つがあることに変わりない。」[25]

この引用から、アリストテレスが、論証的科学たるものは“定義”、“原理”、“属性”からなる三階層の基本構造をもつべきであることを主張していることが見えてくる。しかし、引用の最後の文では、“原理”と“属性”が逆になっている。これらの要素を単純に現代的に置き換えるならば、それぞれ「定義」、「公理」、「命題（定理）」となるが、これに関して伊東俊太郎は次のように整理している[26]。

（1）定義･･･論証科学が規定する対象
　　「“それ”に関して証明する。」
（2）原理･･･論証科学が証明を行う前提
　　「“それ”から証明する。」
（3）本質的属性･･･論証科学が証明する対象がもつ性質や内容
　　「“それ”を証明する。」

論証科学では、まず論証すべき命題で扱われる対象としての概念が術語つまりは名称を伴って規定されなければならない。すなわち、「定義」が必要となる。そして、「原理」を前提として「（本質的）属性」（命題）が導かれ、その後は「（本質的）属性」が順次連鎖して論証すべき命題へとたどり着くことでその全体としての論証体系が構成されることになる。ここで、「原理」とは論証を進める上で必要となる大前提となる根拠を意味するが、その必要性は次のように理解される。ある命題を証明する際には、根拠としてすで成立している命題が必要になる。その命題の証明には、また別のすでに成立している命題に根拠を求めることになる。こうした根拠を順にさかのぼっていくと、最終的には、“証明なしに”受け入れる命題の存在が必要となる。この最終的命題が「原理」である。

したがって、アリストテレスは、これら三つの要素を階層構造として論証科学を意味づけたのである。これはまさに“演繹の体系”であり、「原理」の存在を無批判に受け入れるのであれば、命題は“真に成立すべきもの”となるのである。しかし、実際にはアリストテレスの議論はかなり複雑で、「原理」を“公準”と“公理”に分け、“公準”とは「規定された対象に固有の“原理”」、“公理”を「対象に依存しない一般的な“原理”」としている。こうした分類はユークリッド『原論』にも継承されている。

こうした点からユークリッド『原論』を眺めると、その直接的影響は判断できないにしても、アリストテレスの“論証科学の構造”が論証数学の形成に確実に継承されているという指摘がなされる[27]ことはもっともであると感じられる。

（2）ユークリッド『原論』の概要と構造

前項で述べたような背景のなか、紀元前300年頃に編纂されたのがユークリッド『原論』である。編纂者であるユークリッド（Euclid、または、エウクレイデスEucleides）はアレクサンドリアの学園ムゼイオンの数学者であるが、その生涯の詳細はよく知られていない。ただ、本稿で扱う『原論』のほか、『光学』、『音楽原論』、『天文現象論』などといった当時の数理科学に関する著作が断片的に残されているとされる[28]。

『原論』は原題を“ストイケイア”（στοιχεεια）というが、これは英語の“element”、日本語の「構成要素」とか「原理」を表す言葉で、“最も基礎となるもの”を意味する。実際、西欧世界ではラテン語で“Elementa”と呼ばれた。

今日『原論』は13巻から成るとされるが、その内容は【表1】のとおりである。これより、『原論』が数学の数多くの領域を含んでおり、その意味で当時のギリシアで議論されていた数学の集大成であるとも考えられている。

しかし、『原論』がなによりも特徴的であるのは、これが“論証の書”であるという点である。すなわち、ユークリッドが当時まで蓄積されていた数学の知識の全体を一つの論証体系としてまとめようと試みたのが『原論』であり、今日では論証数学に基づく最古の著作と考えられている。

第Ⅰ巻～第Ⅳ巻	平面幾何（Ⅰ－48個、Ⅱ－14個、Ⅲ－37個、Ⅳ－16個）
第Ⅴ巻、第Ⅵ巻	比例論とその図形への応用（Ⅴ－25個、Ⅵ－33個）
第Ⅷ巻～第Ⅸ巻	数論（整数論）（Ⅶ－39個、Ⅷ－27個、Ⅸ－36個）
第Ⅹ巻	無理数論（115個）
第Ⅺ巻～第Ⅻ巻	立体幾何（Ⅺ－39個、Ⅻ－18個、Ⅻ－18個）

【表1】ユークリッド『原論』の構成［(　　) 内の数字は命題の個数］

前項でユークリッド『原論』がアリストテレスによる論証科学の構造の影響を受けているという指摘があることを紹介したが、まさに『原論』は「定義」、「公理・公準」、「命題」の

“三階層構造”の形式をとっている。すなわち、各巻のはじめには必要に応じて定義が述べられている。第Ⅰ巻は、本書の最初の巻でもあり、また、平面幾何の第１巻目ということもあり、幾何学に関する基本概念が23個の「定義」[29]として述べられている。また、第Ⅶ巻から第Ⅸ巻まででは数論を扱っているが、定義は第Ⅶ巻の最初だけに述べられている。これは第Ⅺ巻～第Ⅻ巻でも同様である。こうした定義に続いて必要に応じて「公準」と「公理」[30]がおかれ、その後に命題が順に証明を伴って述べられている。

『原論』の論証構造として、以下では第Ⅰ巻を例に挙げて簡単に紹介しておく。

第Ⅰ巻には、冒頭に23個の定義があり（【表２】[31]参照）、その後に５個の公準と５個の公理がおかれている。とくに、第Ⅰ巻は平面幾何を主題とする最初の巻であるので、公準として平面幾何に関する最も基礎となる“要請”―証明なしに前提とする命題―が示されている（【表３】[32]参照）ものが示されている。

定義１.	点とは部分をもたないものである。
定義２.	線とは幅のない長さである。
定義３.	線の端は点である。
定義４.	直線とはその上にある点について一様に横たわる線である。
定義10.	直線が直線の上に立てられて折角を互いに等しくするとき、等しい角の双方は直角であり、上に立つ直線はその下の直線に対して垂線とよばれる。
定義15.	円とは一つの線にかこまれた平面図形で、その図形の内部にある１点からそれへひかれたすべての線分が互いに等しいものである。
定義16.	この点は円の中心とよばれる。
定義23.	平行線とは、同一の平面上にあって、両方向に限りなく延長しても、いずれの方向においても交わらない直線である。

【表２】『原論』第Ⅰ巻の「定義」の主なもの

１.	任意の点から任意の点へ直線をひくこと。
２.	および有限直線を連続して一直線に延長すること。
３.	および任意の点と距離（半径）とをもって円を描くこと。
４.	およびすべての直角は互いに等しいこと。
５.	および１直線が２直線に交わり、同じ側の内角の和を２直角より小さくするならば、この２直線は限りなく延長されると２直角より小さい角のある側において交わること。

【表３】『原論』第Ⅰ巻の「公準」の主なもの

このように「定義」と「公準・公理」を準備した上で、『原論』第Ⅰ巻では命題１から題48までの48個の命題が証明されている。『原論』第Ⅰ巻の命題47は「三平方の定理」（いわゆる「ピタゴラスの定理」）で、命題48はその逆定理である。なぜ「三平方の定理」が命題47となるかというと、平面幾何の諸概念を定義し、その根拠となる公理（『原論』では“公準”）から始めると、三平方の定理を証明するまでには命題にして46個分の内容が準備されなければならないというのである。いいかえれば、公理を根拠にして46個の命題を経てようやく「三平方の定理」の証明が可能になるのである。

この第Ⅰ巻の例のように、『原論』では常に公理から出発し、それ以前の命題を用いて順々に新たな命題を証明する形式―命題の連鎖―が保たれているのである。

ユークリッド『原論』に見出される体系的論証数学または演繹的論証数学は、今日ではギリシア数学の特徴としてとらえられている。たとえば、ブルバキが「ギリシア時代から《数学》とは《証明》を意味した」[33]と述べているように、古代ギリシアを経た数学はまさに論証体系を備えたdisciplineとしての性格を明らかにしていくのである。

しかし、こうした数学がそのまま一般社会に受容されたわけではない。ユークリッド『原論』はその後の長い歴史をとおして“数学の書”、“幾何学の書”、“論証の書”として数学者に受け継がれ、また、初等幾何の教科書としてもそのまま使われてきた。その一方で、個々の時代や地域によっては、幾何学を基礎としたさまざまな知識が石工、建築家、画家などといった多くの人々に技術として受け継がれたことも事実である[34]。

古代からの実用的な幾何学がギリシアにおいて論証体系としてまとめられ、そうした演繹幾何学が今度は図形のさまざまな性質を保証することで実践幾何学に応用されていく、その意味でユークリッド『原論』は演繹幾何学にとっても、また、実践幾何学にとっても一つの出発点であると考えられるのである。

（３）ユークリッド『原論』における論証体系

前項で述べたとおり、ユークリッド『原論』は古代ギリシアで編纂された論証の書である。その内容は幾何学にとどまらず、一般量の比例論や数論、無理量論なども含まれている。

『原論』において最も特徴的であるのは、この書が“厳密な”論証体系を崩さずに構成されている点である。『原論』では各巻にまず定義が述べられ、次いで公準・公理が与えられる。その後で、命題が証明を伴って順々に述べられていくが、それぞれの命題は必ずそれ以前に証明した命題あるいは公準や公理を根拠として証明が導かれる。すなわち、各巻が“命題の連鎖”―命題が一定方向に導かれていく連鎖―として構成され、ある命題の証明の根拠として後から証明される命題を用いるというようなtautology（循環）が起こることはない。これが論証の書といわれる所以である。

『原論』の論証性を示す顕著な例として挙げられるのが、第Ⅰ巻命題５である。

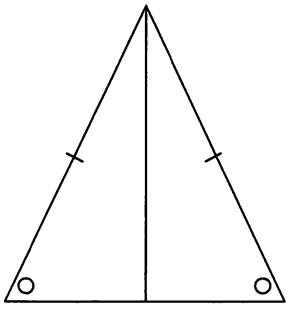
第Ⅰ巻［命題５］「２等辺３角形の底辺の上にある角は互いに等しく、等しい辺が延長

されるとき、底辺の下の角は互いに等しいであろう。」[35]

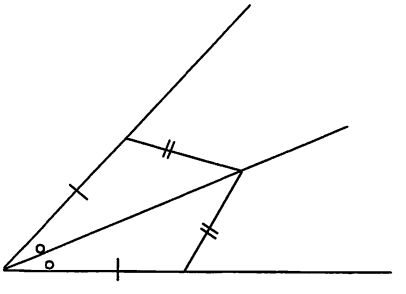
これは、中世の大学において通称“ロバの橋”と呼ばれた問題である。

上の［命題５］の前半は今日では中学校の幾何の基本問題として扱われるが、その証明としてよく知られているのは、頂角の二等分線を引き、「二辺夾角の合同条件」を用いて左右の三角形の合同を示す方法である（【図１】）。この証明は「二辺夾角の合同条件」を根拠にしているから、この合同条件は命題に先んじて証明されなければならない。また、「頂角の二等分線の作図」も、厳密にいうなら作図可能性の根拠が必要である。

ここで、「角の二等分線の作図」を考えると、これは三角形の「三辺相当の合同条件」によって保証される（【図２】）。それならば、「三辺相当の合同条件」は何を根拠に証明され得るのであろうか。実際、「三辺相当の合同条件」は「二等辺三角形の両底角は等しい」ことを用いれば容易に証明できる。しかし、これでは最初の証明すべき命題を用いることになりtautologyとなってしまう（【図３】の左図）。だからといってまた別の命題を用いれば、今度はその命題の根拠を示すことが必要になるから、全体の“命題の連鎖”は複雑になるばかりである。

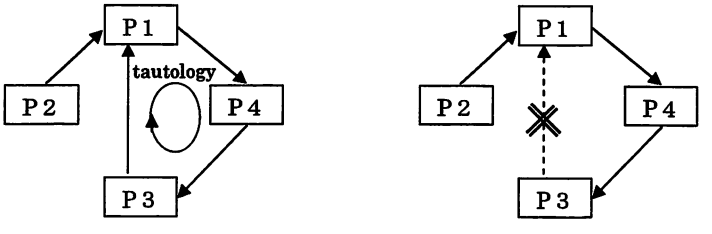


【図１】



【図２】

ユークリッド『原論』第１巻では、このtautologyを回避して“命題の連鎖”を完成させている。



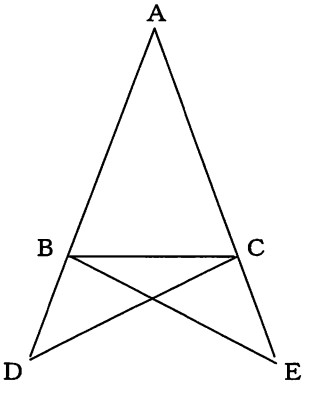
Ｐ１：二等辺三角形の両底角は等しい（[命題５]）
Ｐ２：三角形の二辺夾角の合同（[命題４]）
Ｐ３：角の二等分線の作図（『原論』第１巻（[命題９]）
Ｐ４：三角形の三辺相当の合同（[命題８]）
（命題の番号は『原論』第Ｉ巻のもの）

【図３】命題の関係図

『原論』において角の二等分線が証明されるべき箇所は［命題９］に当たる。この命題は、直前の［命題８］の「三辺相当の合同」から作図可能性が示される。ここから、仮に角の二等分線を用いて証明しようとすると必ず［命題９］が必要になり、［命題９］を用いるためには［命題８］を導かねばならない。一方、［命題８］の証明は［命題５］自体を根拠とする。『原論』では問題となっているtautologyを回避するために、主題である［命題５］を［命題４］の「二辺夾角の合同」だけから証明している（【図３】の右図）。

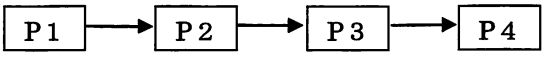
その証明は以下のとおりである。

【図４】で三角形ＡＢＣの等辺ＡＢとＡＣを等距離だけ延長し、それぞれＤとＥとする。ここで、三角形の「二辺夾角の合同条件」だけを用いて、まずは三角形ＡＤＣと三角形ＡＥＢが合同であることを示し、次いで三角形ＡＢＣの下部にある三角形ＢＤＣと三角形ＣＥＢの合同を示す。これより、下部の角ＤＢＣと角ＥＣＢが等しくなるから、最初の両底角が等しいことが導かれる。



【図４】

これより、【図３】の右図のように、一連の命題が



と一方方向の連鎖をつくることになる。

この『原論』第Ｉ巻［命題５］から続く一連の“命題の連鎖”は、『原論』が論証性をいかに重視しているかという点を理解する一つの基準となる。アリストテレスは「美の最も主要な形相［形式］は秩序と均斉と被限定性とであるが、これらをとくに主として数学的諸学課が示している。」[36]と述べている。その意味で、『原論』は必ず前に証明した命題から次の命題を導くことになっている。こうした体系によって『原論』の厳密な論証性は保たれ、美しい論証体系または演繹体系をその中に垣間見ることができるのである。

§４．ユークリッド『原論』の伝播とその意味[37]

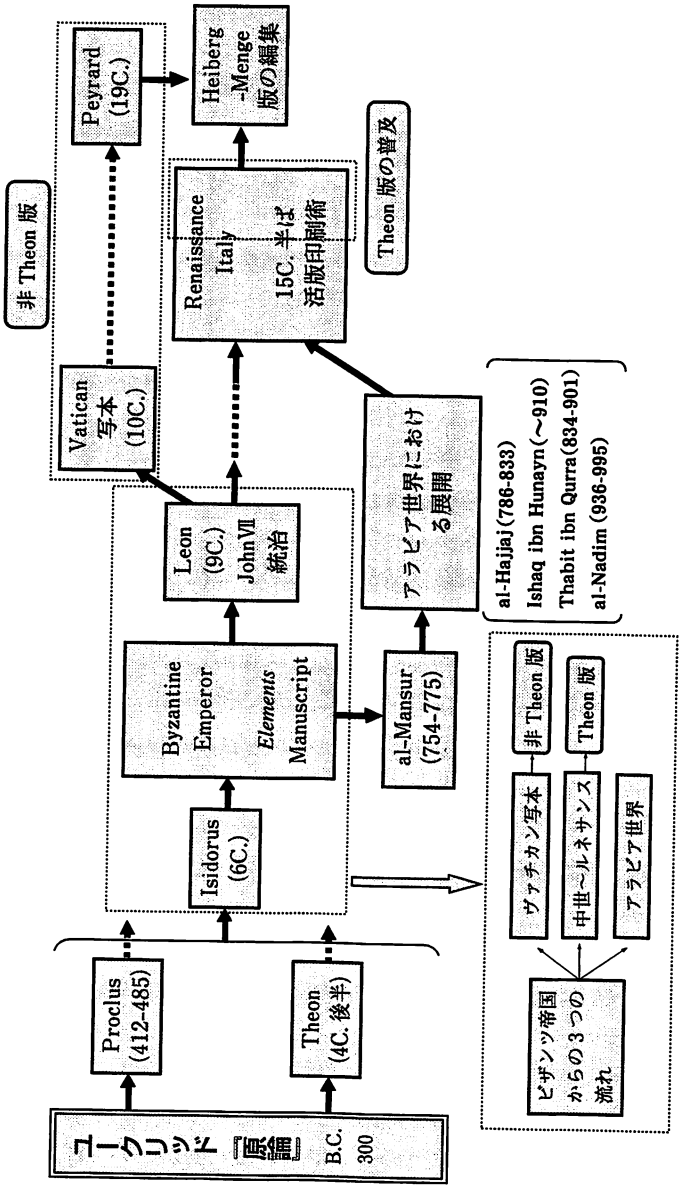
（１）初期の『原論』研究とその伝播

前節で述べたとおり、ユークリッド『原論』は論証の書として編纂された。しかし、『原論』はどの時代においても常にそのように理解されたわけではなかった。いいかえれば、古代ギリシアに芽生えた論証幾何は、時代の意識のなかでそれぞれにとらえられたのであった。本稿では、次節においてケース・スタディをとりあげて時代における『原論』の意味について検討するが、本節ではその前提として『原論』の伝承経緯を振り返っておく。それは、ユークリッド『原論』が今日の論証数学の基礎をなす書と位置づけられるだけに、むしろこの書が紀元前300年頃に編纂された後にどのように伝えられたかという問題が重要となるから

である。実際、『原論』は一冊の完成された書物としてそのまま後世に伝えられたわけではない。したがって、伝えられた各々の時代においてどのように理解されたかという問題もさながら、それ以前にどのようなテキストとして伝えられたかが重要となる。

なお、【図5】に『原論』の系譜の概略を示した。以下ではこの図も参考にし、また、『原論』の研究史[38]をふまえながら、その伝承経緯について概説する。

紀元前300年頃に編纂されたとされる『原論』は、アレクサンドリアでさまざまに研究されたことが知られている。伊東の研究[39]によると、今日知られているその代表的なものは次の【表4】のとおりである。



【図5】ユークリッド【言論】伝承の系譜

紀元前	エウデモス（B.C.4C，アリストテレスの弟子）
	ポセイドニス（B.C.135頃～B.C.51？）
	ゲミノス（B.C.1世紀前半）
紀元後	ヘロン（1世紀？）[40]
	プトレマイオス（2世紀）
	ポリュピュリオス（232-305頃）『原論』注釈
	パッポス（3-4世紀）『原論』注釈

【表4】アレクサンドリアにおける初期の『原論』研究

こうしたさまざまな動きに対し、『原論』の普及という点で後世にまで大きな影響を与えたのが、紀元4世紀末にテオン（Theon：390年頃）[41]によって著された『原論』の改訂版である。これは、『原論』をよりわかりやすくしたいというテオンの恣意的な思いによって、オリジナルからは大きく歪められた—ある意味では改竄された—とされている。しかし、このテオン版はかなり流布したようで、『原論』の浸透または展開に大いに貢献した。その反面、後の活版印刷以降の『原論』の展開という点では大きな問題点をも提起することになる。テオンによる改訂版の後、『原論』研究はアテナイやコンスタンティノープル（ビザンティウム）でも広く展開することになる。5世紀になって、プロクロス（Proclos：410-485）[42]によって『ユークリッド『原論』第Ⅰ巻注釈』が出される。この書は、その冒頭にそれまでの数学（幾何学）の歴史が記されており、かつ現在も残っている点も含めて数学史上重要な資料である[43]。

その後、古代ギリシアの科学、数学、哲学がシリア・ヘレニズムを経てアラビア世界へと移るにつれ、『原論』もアラビア世界へと伝承されていく[44]。アラビア世界における『原論』のアラビア語版の主なものとしては、アル・ハジャージ版、イスハーク＝サービット版、アル・トゥーシー版が知られている[45]。

こうして、『原論』の主たる研究の場はアラビアへと移り、アラビア世界を通して展開されることとなるが、その一方で、中世ヨーロッパにおいても『原論』が伝承されていった事実が伝えられている[46]。それは学者たちによってではなく、むしろ建築家や石工といった職人たちの間での伝承であり、『原論』に記された幾何学の内容が実践的に用いられていったのである。

（2）『原論』のヨーロッパへの展開

やがて、いわゆる12世紀ルネサンスによってギリシアなどの叡智がヨーロッパ世界へと流入するようになると、アラビア語版の『原論』はヨーロッパにおいても展開するようになる[47]。そのなかでも中心となるのが、アラビア語からラテン語に翻訳された写本であった。今日知られているものには、『バースのアデラード版』（1100年頃）、『カリンティアのヘルマン版』

(12世紀)、『クレモナのゲラルド版』(1187年) などがある[48]。また、ルネサンス期に向かうにつれて、アラビア語から翻訳された『原論』を研究し、再構成する時期を迎える。その代表例が『ヨハンネス・カンパヌス版』(1260年) で、この版は広く流布されることになる。しかし、数学史上ではこの版はアラビア語からの新訳ではないとされているが、詳しいことはわかっていない[49]。

1450年頃に活版印刷術が登場すると、『原論』もさまざまな版が出版されるようになる。その最初の印刷本とされるのが『ラートドルト版』である。また、1500年頃からは『原論』の出版は新たな転換期を迎える。すなわち、アラビア語からの翻訳やそれによる編述ではなく、ギリシア語のテキストから直接ラテン語に翻訳しようという試みが始められ、その最初の試みがザンペルティによってなされる (『ザンペルティ版』)。

ラートドルト版 (1482年) 編集者；Erhard Ratdolt
　カンパヌスのラテン語版と同じ
ザンベルティ版 (1505年) 編集者：Bartolomeo Zamberti
　『原論』13巻のギリシア語からの最初のラテン語版 (テオン版による)
パチョーリ版 (1509年) 編集者：Luca Pacioli
　カンパヌス版の活字版であると推察されるが，詳細は不明，
グリュナエウス版 (1533年) 編集者：Simon Grynaeus
　印刷された最初のギリシア語の『原論』
コマンディーノ版 (1572年) 編集者：Federico Commandino
　後世に最も影響を及ぼしたラテン語版といわれている
クラヴィウス版 (1574年) 編集者：Christpher Clavius
　コマンディーノ版と並ぶ有名なラテン語版
グレゴリー版 (1703年) 編集者：David Gregory
　後にハイベルグ=メンゲによる『ユークリッド全集』が出るまでの唯一の全集

【表5】ルネサンス以降に出版された主な『原論』の版

【表5】はルネサンス以降に出版された『原論』の主な版の一覧であるが、その概要は次のとおりである。『パチョーリ版』がザンペルティの数学の誤りを指摘し、『カンパヌス版』をよう擁護する形で出版される。その後、1533年には初めて印刷されたギリシア語の『原論』である『グリュナエウス版』が、次いで1572年に後世に大きな影響を及ぼした最も重要な『コマンディーノ版』が出版される。また、1574年には『クラヴィウス版』が出版されるが、これは『コマンディーノ版』と並んで普及する。1703年になると初めてユークリッドの全集として『グレゴリー版』が登場する。

（3）現代版『原論』の成立とその意味

上で述べたように、さまざまな形で伝えられてきたユークリッド『原論』もルネサンス期を経て一応の定着を見るとも思われたが、実はそうではなかった。これには、4世紀末のテオンによる改訂版が関係している。すなわち、ルネサンス期の印刷版にしても、実際にはテオンによる改訂―ある意味では改竄―された版（テオン版）が中心であったのである。これは初めての活版印刷版であった『ザンペルティ版』も同様で、そのテキストはテオンに由来する改訂版であった。したがって、これ以降の『原論』はテオン版のテキストを基に展開をしていくことになるが、この状況に問題提起を行ったのがペイラール（François Peyrard：1760-1822）[50]である。

この経緯は次のとおりである。ビザンツでは9世紀にレオンというテッサロニカの大司教がギリシア古典科学書の写本の組織的な蒐集と整理を行っていた。そのなかにはユークリッド『原論』も含まれていたとされる。後に、1808年になって、ペイラールが『原論』の一写本を発見するが、これこそがテオンの改訂版ではないヴァチカン写本であったと考えられている。ペイラールによって発見された写本は、ハイベルグ（J. L. Heiberg：1854-1928）とその弟子であるメンゲ（H. Menge）によって“非テオン版”である正統な『原論』として検証がなされた。これを底本として再編されたのが、非テオン版として今日もっとも信頼のある『ハイベルグ＝メンゲ版』である[51]。

ペイラールによって非テオン版であるヴァチカン写本が世に出されて以来、テオン版・非テオン版による問題が『原論』のオリジナルをめぐる問題で大きな焦点となったが、この問題はハイベルグとメンゲによって一応終止符が打たれた。しかし、20世紀末になって新たな問題点も浮上してきており、現在もなお議論が続けられている[52]。

ユークリッド『原論』の系譜に関してはなおも議論の余地があるにしても、今日における『原論』の意味は、それが論証体系を備えた書であるという点である。17世紀の科学革命以降に自然科学の体系化が進められるなかで、数学は、自らは解析学などの理論を確立させる一方で自然科学の方法論としても大きな役割を果たすようになる。しかし、これは厳密な論証性の普及と定着を意味したわけではなかった。1794年、フランスのルジャンドル（A.-M. Legendre：1752-1833）が『幾何学の基礎原理』を出版する。これは、「直観を避け、論証的な幾何学を再現する」[53]ことを目的とした書で、ユークリッドの公理系を整理している。その後、ドイツのヒルベルト（D. Hilbert：1862-1943）が1899年に『幾何学の基礎』を著し、数学における公理主義を決定づけることとなる[54]。

§5．ユークリッド『原論』をめぐるケース・スタディ
～ルネサンス期におけるパチョーリの“Summa”を中心に

（1）数学者ルカ・パチョーリと“Summa”

前節で述べたように、15世紀半ば以降はユークリッド『原論』が手写本から活版印刷本へと移行する時期であり、『原論』をとりまく状況はまさに混沌としていたと考えることがで

きる。たとえば、当時を代表する一人であるレオナルド・ダ・ヴィンチ（Leonardo da Vinci：1452-1519）を取り上げてみる[55]。レオナルドの『マドリッド手稿Ⅱ』[56]に含まれる蔵書リストは1503年あるいは1504年頃のものであるが、これには『原論』に関して次のような記述が見られる。

紙葉２裏　「エウクレイデスの幾何学」（Euclide in geometria）
紙葉３表　「俗語によるエウクレイデス、つまり最初の３書」（Euclide vulgare, cioe promi libri 3）

前者に関しては1482年の「ラートドルト版」あるいは1491年または1502年の「カンパヌス版」の可能性がある[57]。一方、後者に関しては、「俗語」はトスカーナ語（トスカーナ地方の古いイタリア語）であり、イタリア語初版の出版がタルタリア（N. Tartaglia）[58]による1543年の版であることを考えると、「記録に残らない手稿」[59]とも考えられている。

1445	サンセポルクロにて生まれる （若い頃にピエロ・デラ・フランチェスカの教育を受ける）
1470	聖フランシスコ会の修道士となる
1477	数学教師としてイタリア各地に向け出発する
1477-1480	ペルージャの大学にて算術を教える
1480-1487	ペルージャ、ナポリ、ローマなどで数学を教える
1494	“Summa”（数学大全）を出版
1497	ミラノに招聘され、レオナルド・ダ・ヴィンチと出会う
1498	“Divina proportione”（『神聖比例論』）の初版（手稿本）を出版
1499	レオナルドとともにフィレンツェに移る
1500	ピサの大学で数学を教え始める
1501-1502	ボローニャ大学で数学を教え始め、フェロなどに出会う
1508	ヴェネチアにてユークリッド『原論』第･巻を講義する
1509	ヴェネチアにて、ユークリッド『原論』（ラテン語版、活字版）および “Divina proportione”（『神聖比例論』、活字版）を出版する。
1517	サンセポルクロにて没する

【表６】ルカ・パチョーリの略歴

こうした状況のなかでユークリッド『原論』を出版した一人がルカ・パチョーリ（Luca Pacioli）であった。パチョーリは聖フランシスコ会の修道士で、数学者として研究をする一方で数学教師として数学の普及に努めた人物である。【表６】はパチョーリの生涯の年表で

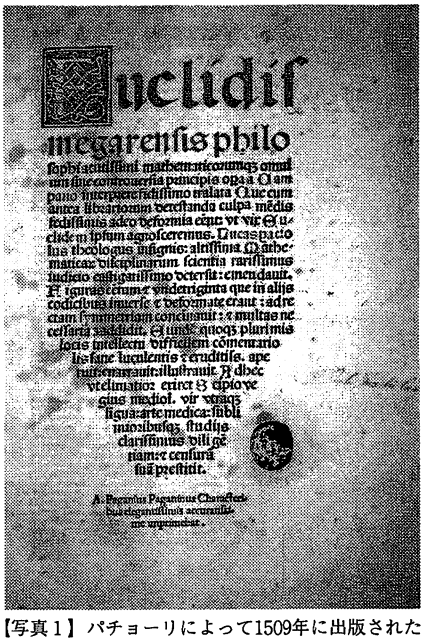
ある[60]。この略歴が示すとおり、パチョーリは若い頃に芸術家であり数学者でもあるピエロ・デラ・フランチェスカ（Piero della Francesca：1420？-1492）の下で数学を学んだとされる。その後、修道士の修行を積むと、パチョーリは数学を教えるためにイタリア各地に出向いたとことが知られている．1497年[61]にミラノに招聘されるが、そこでレオナルド・ダ・ヴィンチと出会う。フランスがミラノに侵攻すると、パチョーリはレオナルドともにフィレンツェに移り、なおも親交を重ねたようである。その後、1508年にヴェネチアでユークリッド『原論』第･巻の講義を行い、その直後の1509年にユークリッド『原論』を出版している。このように、数学研究に従事する者として生涯を送ったパチョーリは1517年に故郷で没したとされる。

【表７】は今日に伝えられているパチョーリの主な著作であるが、このなかでも複式簿について綴った“Summa”（『数学大全』）および“De Divina Proportione”（『神聖比例論』）[62]はよく知られている[63]。

“Summa”（1494年）［『数学大全』］
“De Divina Proportione”（手写本1498年、活字版1509年）［『神聖比例論』］
“Euclidis Megarensis,･･･”（1509年）［ユークリッド『原論』］
“De viribus quantitatis”（出版年不明）［『量（数）の性質について』］[64]
“De ludo scachorum ”（出版年不明）［『チェス・ゲームについて』］[65]

【表７】パチョーリの主たる著作

本稿の主題からすると、パチョーリが1509年にユークリッド『原論』を出版したことは注目すべき事実である[66]（【写真１】はその表紙）。当時はユークリッド『原論』そのものではないにしても、何らかの幾何学書が存在していたと考えられている。たとえば、上でレオナルドが「俗語によるエウクレイデス」を所有していたことを紹介したが、これが当時の幾何学の「手引き書」である可能性は大きい。実際、『原論』の全体がラテン語に翻訳される以前には、修道院などで『原論』の「断片的訳」が用いられていたことが知られている[67]。


uclidis
megarensis philo

【写真１】パチョーリによって1509年に出版された『原論』の表紙（東海大学図書館所蔵）

とくにレオナルドとの関わりでいえば、パチョーリがレオナルドと出会ったことはレオナルドの数学的な研究に影響を与えたばかりではなく、逆にパチョーリのユークリッド『原論』研究にも少なからず

影響を与えたと考えることができる。上でも述べたが、パチョーリは1508年にヴェネチアでユークリッド『原論』第・巻の講義を行ったとされる[68]。そして、その翌年にはパチョーリによるユークリッド『原論』が出版される。しかし、パチョーリによる『原論』出版がレオナルドからの示唆によるものであったという指摘があることも事実である[69]。あえて述べるなら、レオナルドが所有して「俗語によるエウクレイデス」がパチョーリによる『原論』の断片訳であるという可能性さえ否定できないと思われる。

一方、ユークリッド『原論』あるいはユークリッド幾何学に関する研究という点から考えると、パチョーリの最初の著作である1494年の“Summa”（『数学大全』）も重要であると思われる。

“Summa”は、正式な題名を「算術、幾何学、比および比例論に関する大全」[70]といい、当時の「数学全集」的な性格を備えた書物である。実際、この“Summa”の特徴に対し、D.S.B.のPachioliの項目の執筆者であるジャヤヴァルデンは次のように述べている。

> 「この書は、ある種の実践的な計算書のように、特別な種類の職人たちに向けられたものではない。むしろ、イタリア語で書かれた百科事典のような書物で、算術の理論および実際の応用、代数学の基礎、当時のイタリア各地で用いられていた貨幣や重さ・長さの表、二重簿記の取り扱い、および、ユークリッド幾何学の概要などといった一般的な内容が含まれている。」[71]

ジャヤヴァルデンはさらに

> 「“Summa”は独創性にこそ欠けていたが、16世紀を通して広く流布し、多くの数学者たちに研究された。」[72]

と続けている[73]。

とくに、“Summa”の後半には幾何学が論じられている。そこではユークリッドの名とともに『原論』の一部がそれ自体の内容が図入りで扱われているが、こうした内容から、パチョーリが『原論』の出版より15年も前の1494年当時に、すでに『原論』の内容についてある程度は理解していたことがわかる。

上で引用したとおり、“Summa”が当時は数学の専門書として考えられてはいなかったようであるが、これはパチョーリ自身が数学あるいは数学的学問や方法の啓蒙者であったことを示唆しているとも思われる。しかし、それでもパチョーリは『原論』の内容を扱い、出版まで果たしている。それでは、パチョーリにとって『原論』とはどのような書物であったのであろうか。次項では“Summa”の幾何学部分の具体的内容を取り上げ、ユークリッド『原論』との関わりをも視野に入れながら、パチョーリの幾何学に対する取り扱いについて検討する。

（2）“Summa” の幾何学部分の検討

“Summa” は全体で600ページにも上る大著であるが、幾何学に相当する第２部 “Tractatuo Geometrie” は200ページ近くもあり[74]、第２部として８区分から構成されている。各区分には章が設けられ、それぞれラテン語の表題が付けられているが、本文はトスカーナ語で記されている。また、本文は基本的には命題あるいは問題を扱っており、それぞれ図版が添えられている。

本節に添えた【表８】は「幾何学部分」の各章の表題を訳出した一覧表[75]である。以下ではこの表を参考にしながら “Summa” の「幾何学部分」の概要を紹介し、その特徴について検討する。

【表８】からわかるように、“Summa” の「幾何学部分」においてパチョーリは、平面幾何学から立体幾何学まで幅広く図形を扱い、その応用について論じている。むしろ、表題に特徴的なのは、図形の幾何学的性質というよりも辺（線分）の長さ、図形の面積や体積を求める方法について論じているという印象を受ける。同時に、日常的な事柄を対象とした章も見られる。

こうした特徴に対して、グラスコヴァは “Summa” の「幾何学部分」の特徴を次のように述べている。

> 「イタリア語で書かれたＬ．パチョーリの “Summa” ｛ヴェネチア、1494年｝ の幾何学部分は、最も早い時期に印刷され出版された数学書の一つである。このなかでパチョーリはユークリッド『原論』を書き直す形で部分的に用いている。また、彼はピサのレオナルド（フィボナッチ）についても言及している。」[76]

この引用において、グラスコヴァは、パチョーリが「ユークリッド『原論』を書き直す（retell）形で用いている」と述べている。実際、『原論』という視点から【表８】をみると、パチョーリ自身が「ユークリッドの書」と言明した章が５章ある。そのことから、パチョーリ自身が幾何学の範を『原論』にとっていることは間違いないと思われる。しかし、ここで問題となるのはその扱い方である。

パチョーリは、まず「第１区分、第１章」で図形の基礎について扱う。これは、最初に図形の名称も含めた幾何学の基本事項を述べた章である。そして、次の「第１区分、第２章」において、『原論』第Ｉ巻と言明して各命題について論じる。『原論』第Ｉ巻は図形の基本的な作図法や基本性質、三角形の合同や図形の面積に関する基本事項を含み、最後に三平方の定理を証明する巻である。したがって、『原論』第Ｉ巻は幾何学的問題を扱う上で不可欠であり、パチョーリもそれに従ったのであろうと思われる。

続く「第１区分、第３章」では、パチョーリは『原論』第Ⅱ巻と言明してその命題を扱う。『原論』第Ⅱ巻は、正方形や矩形の面積を用いて代数式の計算公式[77]を論じる巻である。しかし、実際にこの章で議論されているのは命題11～命題14である。むしろ、命題１～命題10に関しては、「第３区分、第１章」に含まれて議論されていると思われる。「第３区分」は主と

して矩形やひし形、台形などといった平面図形の面積計算を扱う箇所である。

上で述べたもの以外には、順に、「第１区分、第４章」で『原論』第VI巻（比例論の図形への応用）が、「第４区分、第１章」で『原論』第Ⅲ巻（円に関する性質）が扱われている。また、パチョーリが「ユークリッドの書」と言明している最後の章は「第６区分、第１章」で、ここでは『原論』第XI巻（立体図形の基本事項）と記されている。しかし、パチョーリの記述は『原論』第XIとは大きく異なり、むしろ、「第６区分」の残りの章で角柱や角錐、球などの立体図形が扱われている。パチョーリによる最後の「第８区分」が正多面体を扱っていることを考えると、「第６区分」以降が『原論』第XI巻～第XIII巻の内容を断片的に扱っているとも見ることが可能である。

上で示したように、パチョーリは『原論』のいくつかの巻の内容を順不同に扱っている。しかし、その一方で、『原論』第Ⅰ巻に相当する部分などを見ると、パチョーリが「カンパヌス版」の『原論』を基礎にしていることがわかる。実際、パチョーリが1509年に出版する『原論』も「カンパヌス版」が基礎になっていることは、すでにふれたとおりである。

それでは、なぜパチョーリは『原論』をその順序どおりに扱わなかったのであろうか。『原論』は定義、公理から順に命題を構築するといった演繹体系からなる論証の書である。したがって、ユークリッド的な演繹幾何学を展開するならその順序は重要である。そうした点から考えると、パチョーリにはその必要はなかった、そうした意識をもっていなかったのではないだろうか、という推測が可能になってくる。

こうした観点から再度【表８】を見ると、この書が実践的な内容から構成されていることに気がつく。この書では図形の長さや面積、体積を求めることが重視され、また、そのなかには「土地や財産」、「山や谷の面積」、「測量する道具」や「天秤」といった具体的応用までもが含まれているのである。

確かにパチョーリの“Summa”の「幾何学部分」を「実践幾何学の手引き書」と特徴づけることは容易である。しかし、逆にいうなら、この書は幾何学に対するパチョーリ自身の意識を表しているのではないかとも感じられるのである。すなわち、パチョーリにとって重要であったのは、演繹体系として構築されたユークリッド幾何学そのものではなく、『原論』に示された図形の諸々の性質であったのではないかと思われるのである。

こうした事実を裏付けると思われる事実を一つ挙げておく。1509年にパチョーリが出版したユークリッド『原論』に対して、ヒースは次のように述べている。

> 「ワイセンボーン（Weissenborn）の指摘によれば、･･･パチョーリが付した注は有益で便利なヒントや解説を含んでいるが、それに加えて、パチョーリの証明は、ユークリッドの順序を逸脱し、後になって証明する命題の結果を仮定すれば、わかりやすいものである。」[78]

本稿の第３節第３項でも述べたとおり、幾何学の証明は何を前提とするかでその難しさが異なる。しかも、ユークリッド『原論』の目的は命題を巧みにたやすく証明することではない。重要なのは、定義した対象について成り立つ「公理」という“根”から、順に“枝”が

【表8】パチョーリ“Summa”の幾何学部分の各章タイトル一覧

区分	章	各章のタイトルなど
第1区分	第1章	実践幾何学が主として関わる5つのもの(点・線・角・面・立体)について，優れた測量士を目指すためのそれ自体で自明な原理とその宣言(命題)について (注)実践幾何学を用いることで土地の測量に秀でることができることを意味している.
第1区分	第2章	ユークリッド『原論』第Ⅰ巻のすべての結論(命題)のもっとも簡潔な内容について (注)『原論』という語は記されてはいないが，「ユークリッド第一書」が『原論』を指すことは内容からも明らかである. 内容は，『原論』第Ⅰ巻とほぼ同じであるが，命題47であるはずの“三平方の定理”が命題46となっている.
第1区分	第3章	ユークリッド『原論』第Ⅱ巻の宣言(命題)とその証明について (注)“グノモン”などの定義は登場するが，『原論』第Ⅱ巻の命題に関しては命題1～命題10は明確に示されてはおらず，逆に命題11～命題14は図も含めて議論されている.
第1区分	第4章	ユークリッド『原論』第Ⅵ巻の全結論(命題)のそのもっとも簡潔な証明について
第1区分	第5章	土地および財産はトスカーナ式とフィレンツェ式の二通りで計算できることについて
第1区分	第6章	四辺形の面積について
第1区分	第7章	あらゆる三角形の面積について
第1区分	第8章	任意の三角形の垂線が二通りの方法で見出されることについて
第2区分	第1章	任意の三角形の内部または外部(の点)から直線を引くとき，辺までの長さを求める方法について (注)今日のメネラウスの定理に近いような図が添えられている.
第2区分	第2章	直角三角形を底辺の方向に相似拡大した際に得られるべき乗根の量について (注)直角三角形を下方に相似拡大してできる四角形の対角線の長さを平方根で求めている. 平方根の記号“R”が見られる。
第3区分	第1章	代数的方法により，直角四辺形(矩形)のさまざまな場合を扱う方法について (注)『原論』第Ⅱ巻の命題と同様な内容が含まれている.
第3区分	第2章	ひし形の面積について
第3区分	第3章	ひし形の面積を求める二通りの方法について
第3区分	第4章	台形の面積を求める方法について
第3区分	第5章	前述のものとは別の種類の台形の面積を求める第二の方法について 前述のものとは別の種類の台形の面積を求める第三の方法について (注)この章では途中に再度題目が付されている.
第3区分	第6章	多辺形をいくつかの図形に分割する方法について
第4区分	第1章	ユークリッド『原論』第Ⅲ巻の定義と結論(命題)について (注)定義が14個(カンパヌスでは13個，現代版(共立)では11個)，命題が36個(カンパヌスでは36個，現代版(共立)では36個)記されている.
第4区分	第2章	円とその部分の面積について，および，弦と弧からなる弓形について (注)原典では第1章となっているが，おそらくは第2章の誤り.
第4区分	第3章	山と谷に見出される表面積の二通りの測定法について

（表の続き）

区分	章	各章のタイトルなど
第5区分	第1章	三角形を比例配分によって複数の部分に分割する方法について
第5区分	第2章	四角形を比例配分によって複数の部分に分割する二通りの方法について
第5区分	第3章	五角形や六角形など多角形を比例配分によって複数の部分に分割する方法について
第5区分	第4章	円を相互に比例配分した部分に分割することについて
第6区分	第1章	立体図形の量ないしは測定に関わる事柄について，すなわち，ユークリッド『原論』第XI巻について (注)『原論』第XI巻は立体図形の基本について扱う巻で，28個の定義に続いて39個の命題が述べられているが(現代版(共立))，“Summa”では『原論』に沿った形ではなく基本事項が述べられ，命題を順に論じてはいない．むしろ，この区分の第2章以降に立体図形が具体的に扱われている．
第6区分	第2章	直方体と立方体は二通りの方法で測られることについて
第6区分	第3章	任意の種類の充填立体ならびに柱とそれから生じる錐体(ピラミッド)の測定について
第6区分	第4章	球およびその部分の表面積(円の面積)と体積を測る方法について
第7区分	第1章	それを用いることによってあるものに備わる長さ，幅，高さを測る道具について
第7区分	第2章	見出される量の測量に関するさまざまな場合の事例について
第8区分		章として区別することなく並べられたとても有益なさまざまな例について 正多面体と通常の立体についての特別な論考 (注)この区分は章に分かれてはおらず，前半は項目1～項目100と番号付けられた100項目がならび，最後の方に「どのような場合においても天秤を作る方法」と副題が付けられて天秤が扱われている．また，この区分の後半には正多面体を含む立体図形について項目1～項目57と番号付けられた57項目がならんでいる．
(注)最後に，「小さき使徒たちの修道会の敬虔な修道士ルカによる」という記述が見られる		

伸びるようにして命題を証明することである。果たしてパチョーリがその重要性にどの程度気がついていたかは明確ではないが、“Summa”の幾何学部分に見出される『原論』の各命題は、図形の性質のみを用いるために存在しているとも思われるのである。

しかし、こうした傾向はパチョーリに限ったことではないとも思われる。ルネサンス期には芸術にさまざまな形で数学が用いられた。ピエロ・デラ・フランチェスカやレオナルドにしても、遠近法や人体均衡論などにおいては幾何学が重要な位置を占めていることが認められる。しかし、彼らにとって重要であったのは命題の存在理由（根拠）ではなく、むしろ幾何学が成立を保証した図形の諸性質それ自体ではなかったのだろうか。そこには、ユークリッド『原論』の一つの受容の形が見出されるのである。

§6．結論にかえて～ユークリッド『原論』にみる“数学の文明性”

ユークリッド『原論』に象徴される数学の論証性は我々人間に何をもたらしたのであろう

か。これまで見てきたように、『原論』はある意味で厳格な体系を人間に提供してきた。それは、古代ギリシアという時代がゆえの完成度の限界を差し引いても認められる事実である。それならば、科学革命を経て理性的認識を学問に求めた近代以降の科学はなおさら論証的でなければならない。

我々はこうした例を歴史のなかに見出すことができる。近代科学の創始者ともいわれるニュートン（Isaac Newton： 1642-1727）の著作『プリンキピア』がそれである。

1687年、ニュートンはエドモンド・ハレー（Edmond Halley： 1656-1742）の示唆により『プリンキピア』を出版する[79]。この著作は正式の表題を『自然哲学の数学的原理』[80]といい、「運動現象から自然の力を研究し、その力に基づいて自然の諸現象を論証するような、自然哲学の数学的原理を構築する」[81]ことを目的とした著作である。このなかで、ニュートンは運動の法則をはじめとするニュートン力学を確立させて地上や宇宙を一つの統一的な原理で議論することを可能にしたが、その意味では近代科学の方法論の確立に大きく貢献したということができる。

ところで、ニュートンの『プリンキピア』は二つの点でユークリッド『原論』に関わる[82]。一方は運動の取り扱いの問題[83]で、他方は『プリンキピア』の構成に関わる問題である。本稿では後者が重要となる。たとえば、ギリスピーはこの問題に関連して

> 「･･･ニュートンの書物（『プリンキピア』のこと）の構造はエウクレイデス的（かれの空間の構造のように）であり、一連の数学的演繹が二三の基本的な定義と三つの公理からでてくる。」[84]

と指摘している[85]。

『プリンキピア』は序論および三編[86]からなるが、ニュートンは序論のなかでまずは力学が扱う諸々の量—質料、運動量、力—を定義する[87]。次いで、「公理、運動の法則」項では次の諸法則を示す[88]。

法則Ⅰ　すべての物体は、それに加えられた力によってその状態が変化させられない限り、静止あるいは一直線上の等速運動の状態を続ける。

法則Ⅱ　運動の変化は、加えられた動力に比例し、かつその力が働いた直線の方向にそって行われる。

法則Ⅲ　すべての作用に対して、等しく、かつ反対向きの反作用が常に存在する。即ち、互いに働き合う２つの物体の相互作用は常に相等しく、かつ反対方向へと向かう。

この三法則は今日「ニュートンの運動の法則」と呼ばれるもので、順に、「法則Ⅰ」が慣性の法則、「法則Ⅱ」が運動方程式を導く法則、「法則Ⅲ」が作用反作用の法則である。ニュートンはこれら三法則を根拠にし、さまざまな運動の状態がこれらから導かれることを示していく。すなわち、力と運動に関わる諸現象が三法則から導かれる数学的演繹として体系づ

けられることになるのである。いうなれば、これはまさにユークリッド『原論』に示された構造そのものである。

本稿では、古代ギリシアにおいて成立したユークリッド『原論』が論証幾何学としての演繹体系を確立したことを述べた。そして、近代科学のランドマークとも評すべきニュートンの『プリンキピア』では、まさに『原論』の体系が厳格に保たれていた。それは、ある意味では、『原論』が人間の理性的、論理的思考の体系を象徴しているからであると考えられる。しかし、こうした『原論』にあっても、その受容は必ずしも一意ではない。第５節で議論したパチョーリの“Summa”に見られる幾何学の扱いは、幾何学の演繹的論証体系にあるのではなく、その幾何学によって与えられた図形の性質そのものに重きが置かれていると感じられるのである。ここに、ユークリッド『原論』の、延いては数学という学問の、時代や地域への依存性が見出される。そして、それは同時に数学というdisciplineのもつ“文明性”であると感じられるのである。

筆者の考える“数学の文明性”という問題は、次の二つ命題にまとめられる。

第一の命題　　数学は文明の形成に影響を与え得る。
第二の命題　　文明は数学の形成に影響を与え得る。

第一の命題が真であることは明白である。我々は数学が文明の形成に大きく関わってきた事実を容易に見出すことができる。それは、上のニュートンの『プリンキピア』が如実に表している。ニュートンに代表される近代科学は、帰納的に得られ、実証された仮説を前提に演繹体系を構築する。ニュートンは、こうした仮設演繹法を科学の方法として定着させた張本人の一人なのである。あるいは、もう少し具体的な例を示すならば、19世紀初頭から展開したブール代数などの記号論理学は、やがては２進法の数学として今日のコンピュータの基礎となる。また、第二次世界大戦中に開発されたOR（Operations Research）[89]は、今日では幅広い分野で用いられている。

それでは、第二の命題はどうであろうか。確かに、科学は時代によって性格が異なっても不思議ではない。それは、科学は人間が対峙する自然を対象とし、その自然を認識する方法を提示するので、時代ごとに自然観が異なればその時代の科学の性格も異なる可能性があるからである。しかし、数学というとそのように単純には考えられない問題がある。むしろ、数学が人間精神のなかに対象をもち、その“真”が人間精神を普遍妥当するという単純さがゆえに、かえって問題を複雑にしていると考えられる。

この問題に対しては諸説が検討されている。たとえば、スタークは『知識社会学』において、時代や地域おける数学の相違を数を扱う人間の精神性—ときにはその魔術性や数秘性も含めて—におき、「･･･その内容において永遠に自己同一的なただひとつの数の科学しかありえないのである。」[90]と断言する。一方、シュペングラーは『西洋の没落』において、「数それ自体というものは存在していないし、また存在し得ない。多くの数世界はある。それは多く

の文化があるからである。」[91]と指摘し、数ないし数学の概念がさまざまな文化圏で意味形態が異なっていること、すなわち、数学は唯一なのではなく時代と文化圏を依存して複数の数学があることを示唆している。

第二の命題は、いいかえれば数学は文明に依存するかという問いかけである。第２節第２項で述べたように、グラビナーは数学的真理の時間依存性から数学史に全体史的アプローチを導入した。しかし、その視点は数学を対象としたものであり、その点ではある意味でスタークの主張とも重なる。両者とも、数学の根底に位置する“真”なる存在を認め、グラビナーは人間の数学的活動として時間依存性を提唱し、スタークはその根底の数学の一意性を主張している。その点ではシュペングラーも同様で、むしろ、人間が数学的活動を推進する際には決して文化依存性を免れないと述べているのである。

その点では、伊東俊太郎氏のいう「数学的営為」[92]に関わる主張は非常に明快である。伊東氏は

> 「「文化システム」における数学の意味、価値、役割、や機能、方法は各文化により（その文化圏のエートスを分け合っているから）異なっている。また、そこで扱われる数学の内容も大きく規定している。」[93]

として、“数学的営為”の文化依存性を主張する。この主張を展開させると、ある「文化システム」における数学の意味、価値、役割、機能、方法が決定されることは、逆に、そのような意味をもつ「文化システム」が存在することになり、逆に数学がその文化をも規定しているとも考えられる。すなわち、人間の“数学的諸活動”と文化の相互依存性である。

再び本稿の主題であるユークリッド『原論』とパチョーリの問題に立ち返って考察する。ユークリッド『原論』は古代ギリシアという時代的不利を差し引いても、確固たる演繹体系を築き上げた。それは今日にも多大な影響を与えるほどである。そしてニュートンは『プリンキピア』において、近代科学の推論がまさにこの体系に則することを示した。その一方で、ルネサンス期のパチョーリは、その幾何学を実践的方法としてとらえるがゆえに演繹体系よりもむしろ個々の命題—すなわち個々の図形の性質—を重視した。もちろんパチョーリは図形的性質の証明を尊重してはいるが、重要なのは演繹という体系そのものではなかったのである。

パチョーリとニュートンのこうした違いは、人間の“数学的諸活動”—伊東氏の言葉でいうなら“数学的営為”—の背景が異なるのである。いうなれば、ルネサンスという人間活動が重視される時期においては、文明形成そのものが人間の具体的活動に準拠する。たとえその背景にプラトンやアリストテレスに由来する古代ギリシア思潮があろうと、人間生活としては実践的活動が重視され得るであろうし、数学はそのために存在していた—いいかえれば、数学の個々の命題が実践的活動の根拠として存在していたのではないだろうか。そして、ニュートンは、それ以降に展開する科学文明を想定するかのように、科学を演繹体系として位

置づけようとしたのである。

17世紀に科学革命が起こると、科学において完全に論理的、演繹的方法が導入され、とくに数学においては普遍的な数学（universal mathematics）が誕生する。しかし、それ以前の数学は必ずしもそうではなかった。つまり、数学それ自体が各々の文化や文明に縛られて成立していたのであり、いわば第２節で述べた“民族数学”（ethnomathematics）的存在であったのではないだろうか。すなわち、極端にいえば、我々が普遍数学を共有する以前は、数学は決して唯一のものではなく複数存在したのであり、少なくともその地域、時代に生きる人間の“数学的諸活動”はそうしたものだったに違いない。

こう考えると、文明に相互依存する数学の姿が多少見えてくる。

数学は、あるいは“数学的諸活動”は、文化または文明を背景とし、その価値の中で形成され得る。ルネサンス期の芸術家たちが遠近法などで数学を実践的に用いたのはその表れである。そして、パチョーリの“Summa”もその流れのなかに位置づけられる。

他方、数学は別な意味で文明形成に関わる。それは、ニュートンのように数学が厳密な演繹体系として機能する場合ばかりではない。むしろ、地域や時代に応じて存在する数学が、各々の文明形成にとってある種の“創造的精神”[94]として作用することを意味する。その意味では、パチョーリのユークリッド幾何学も、数学が混沌を見せる時代の人間営為に実践的に関わり、その時代を特徴づけているのである。

“数学の文明性”は果たして過去の時代についてだけ論じられるものであろうか。第２節で紹介したように、グラビナーも平野も、その視点や方法は異なるにしても19世紀の数学に対してこうした議論の可能性を示唆している。数学史におけるtotal historyや“ethnomathematics”という視点は、時代や地域を超えてなおも我々に問題を提起しているのではないだろうか。

【参考文献】

[1次文献]（原典）

Pacioli, Luca :*Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita*, Reprint (Originally published,Venice, 1494), Kyoto, Daigakudo Books, 1973.（東京大学駒場図書館所蔵）

Pacioli, Luca : *Euclidis Megarensis, philosophi acutissimi mathematicorumpue omnium si ne controuersia principis opera Campano interprete fidissimo tralata* ･･･, Paganius paganinus, 1509.（東海大学付属図書館所蔵）

『マドリッド手稿ＩＩは日本語訳が岩波書店から出版されている（原典翻刻・解題：ラディスラオ・レティ、日本語訳：小野健一、裾分一弘、久保尋二、他）。

ユークリッド、中村幸四郎他訳・解説：『ユークリッド原論』、共立、1971年。

[2次文献]

Busard, H.L.L.: “1.The Elements of Euclid” , *The First Latin Translation od Euclid's Elements Commonly Ascribed to Adelard of Bath*, Pontifical Institute of Mediaeval Stuies, 1983.

Clagett, Marshall: “The Medieval Latin Translation from the Arabic of the Elements of

Euclid, with Special Emphasis on the Versions of Adelard of Bath, *Isis*, Vol.44, 1953, pp.16-42.
D'Ambrosio, Ubiratan: " Ethnomathematics, the Nature of Mathematics and Mathematics Education, *Mathematics Education and Philosophy*, The Falmer Press, 1994.
Grabiner, Judith V.: "Is mathematical truth time-dependent?" , *The American Mathematical Monthly*, Vol.81, No.4, 1974, pp.354-365.
Heath, T.L.: *The thirteen books of Euclid's Elements / translated from the text of Heiberg, with introd. and commentary by Sir Thomas L. Heath*, Vol.I, Dover, 1956.
Hirano, Y.: "Notes on Ethnomathematics from the viewpoints of the History of Mathematics", Proceedings of The International Conference on Mathematics Education, History of mathematics, Cultural History of Mathematics, Informatics, and Learning Disabilities, 2000, pp.127-132.
Jayawardene, S.A.: "Luca Pacioli", Biography in *Dictionary of Scientific Biography*, New York 1970-1990, vol.10, pp.269-272.
Murdoch, John: "Euclid: Transmission of the Elements", *Dictionary of Scientific Biography*, vol 4, pp.437-459.
Sarrade, M.T.: "Introduction" ; Pacioli: *Divine Proportion*, traduction de G. Duchesne et M. Giraud, Librairie du Campagnonnage, 1988, pp.9-27.
Serguescu, Pierre: " Léonard de Vinci et les mathématiques" , *Léonard*de Vinci et *l'expérience* scientifique au XVIe *siècle* : Paris, 4-7 juillet 1952, C.N.R.S., 1953.
Thayer, H. S.: *Newton's Philosophy of Nature, Selection from his writings*, Hafner Press, 1974.
アリストテレス：「分析論後書」、山本光雄他訳：『アリストテレス全集1』、岩波、1971年。
アリストテレス：「形而上学」、出隆訳：『アリストテレス全集12』、岩波、1968年。
カジョリ、小倉金之助補訳：『初等数学史』、共立、1997年。
カッツ、上野他訳：『カッツ数学の歴史』、共立、2005年。
カンター、ジョフリー：「反ニュートン主義」、フォーベル編、平野他訳『ニュートン復活』、現代数学社、1996年、pp.347-378.
ギリスピー、島尾永康訳：『科学思想の歴史』、みすず書房、1979年。
サヴィン、アナトリー、山崎昇監訳：『みえる数学の世界３』大竹出版、2001年。
シュペングラー、村松正俊訳：『西洋の没落』、上巻、五月書房、1971年。
スターク、杉山忠平訳：『知識社会学－思想史の方法』、ミネルヴァ、1960年。
チャンドラセカール, S., 中村誠太郎監訳：『チャンドラセカールの「プリンキピア」講義』、講談社、2002年。
ボイヤー、加賀美鐵雄他訳：『数学の歴史１』、朝倉書店、1986年。
ボイヤー、加賀美鐵雄他訳：『数学の歴史２』、朝倉書店、1985年。
ランガー、矢野他訳：『シンボルの哲学』、岩波書店、1978年。
ローチ,ジョン：「ニュートンの『プリンキピア』」、フォーベル編、『ニュートン復活』、

現代数学社、pp.85-90.
伊東俊太郎：『数学の歴史Ⅰ　ギリシアの数学』、共立、1979年。
伊東俊太郎：『数学の歴史Ⅱ　中世の数学』、共立、1987年。
伊東俊太郎：「ユークリッドと『原論』の歴史」、ユークリッド『原論』、共立、pp.443-452.
伊東俊太郎：『近代科学の源流』、中央公論社、1980年。
伊東俊太郎：「序説　比較数学史の地平」、『数学の歴史Ⅲ　中世の数学』、共立、1987年、pp.1-29.
小川束・平野葉一：『数学の歴史―和算と西欧数学の発展』朝倉書店、2003年。
小堀憲、『数学の歴史Ⅴ　18世紀の数学』、共立、1979年。
小堀憲、『数学史』、朝倉、1975年。
斎藤憲・三浦伸夫：『エウクレイデス全集』第１巻、東京大学出版会、2008年、pp.23-35
裾分一弘：『レオナルドの手稿、素描・素画に関する基礎的研究』、研究編、中央公論美術出版、2002年。
竹岡敬温：『『アナール』学派と社会史』、同文舘出版、1995年。
中村幸四郎：『近代数学の歴史　微分積分学の形成をめぐって』、日本評論社、1980年。
中村幸四郎・佐々木力：『数学史対話』、弘文堂、1987年。
平野葉一：「Trans-Disciplineから見た科学・数学」、『文明』、東海大学文明研究所、No.7(2005)、pp.52-59.
横地清：『絵画・彫刻の発展史を数学で嗜もう（Ⅰ）数学の文化史』、東海大学出版会、2006年。
吉仲正和：『ニュートン力学の誕生』、サイエンス社、1982年。
平野葉一・坂本秋奈・笛木章子：「レオナルド・ダ・ヴィンチとユークリッド『原論』―『パリ手稿』を中心に」、『中日近現代数学教育史』、北京師範大学・内蒙古師範大学・大阪教育大学発行、第六巻、2007年、pp.22-38。
[Webページ]
セント・アンドリュース大学、科学史（科学者・数学者の伝記）に関するWebページにおける“Pacioli”の項
http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history／Biographies／Pacioli.html

---

1　20世紀にフランスでおこった思想。現在の価値観でその時代を判断するのではなく、その時代背景を知り、また人物の思想などをふまえて各々の時代を総合的に見る動き。
2　竹岡敬温、『『アナール』学派と社会史』、同文舘出版、1995年、p.25.
3　竹岡敬温、『『アナール』学派と社会史』、 p.143.
本稿ではフーコーの哲学、思想まで深く議論することはできなかった。ここでは、竹岡氏の主張をそのまま引用するに留める。
4　平田寛監修『リンド・パピルスⅠ』、朝倉書店、1985年、p.45.

5 ニュートンは、1687年に天文学および力学に関する大著『プリンキピア』を発表した。この出版経緯に関しては次に詳しい。ジョン・ローチ「ニュートンの『プリンキピア』」、フォーベル編、『ニュートン復活』、現代数学社、pp.85-90.
また、ニュートンの微分積分学に関しては次も参照した。
中村幸四郎、『近代数学の歴史　微分積分学の形成をめぐって』、日本評論社、1980年.

6 Y. Hirano, "Notes on Ethnomathematics from the viewpoints of the History of Mathematics" 参照.

7 小川・平野『数学の歴史—和算と西欧数学の発展』朝倉書店、2003年、p.136.

8 Judith V. Grabiner, "Is mathematical truth time-dependent?",The American Mathematical Monthly, Vol.81, No.4, 1974, pp.354-365.

9 Ibid., p.354.

10 Ibid., p.356.

11 極限概念をめぐるバークリーのニュートン批判はよく知られているが、たとえば次の文献でも議論されている：
ジョフリー・カンター「反ニュートン主義」、フォーベル編、平野他訳『ニュートン復活』、現代数学社、1996年、pp.360-361.

12 J.V. Grabiner, "Is mathematical truth time-dependent?", p.358-359.

13 Ibid., p.364.

14 「数学文化史」は、人間の文化的営為における数学の役割から数学それ自体の意味や在り方について検討することを目的に、1990年頃に横地清氏が創設した研究分野である。この辺りの詳細については以下の文献で横地自身が紹介している。
横地清『絵画・彫刻の発展史を数学で嗜もう（Ⅰ）数学の文化史』、東海大学出版会、2006年、pp.xiii-xiv.

15 Ubiratan D'Ambrosio: Ethnomathematics, the Nature of Mathematics and Mathematics Education, Mathematics Education and Philosophy, The Falmer Press, 1994, p230.

16 平野葉一「Trans-Disciplineから見た科学・数学」、『文明』、東海大学文明研究所、No.7（2005）、p.56.

17 Ibid., p.58参照.
これは５次の代数方程式の非可解性をめぐって、フランスのガロアのアイデアがフランスではなくドイツにおいて先に理解されたという問題である。

18 ボイヤー、加賀美鐵雄他訳、『数学の歴史１』、朝倉書店、1986年、pp.27-28参照
ボイヤーはこの書の第２章（ibid., pp.10-30）において『リンド・パピルス』を中心とするエジプトの数学について詳細に紹介している。とくに、アリストテレスを引いて「理論的学問を発展させる余暇をもっていた」点を示唆しながらも（ibid., p.28）、エジプトの数学が基本的には実用性に端を発することを強調している。

19 カッツ『カッツ数学の歴史』、p.56.

20 紀元前７世紀に登場したとされるミレトスの自然哲学者。ギリシア七賢人の最初の一人

とされる。

21　「万物は数である」を提唱した紀元前６世紀の数学者。
数学に論証の必要性が生じた契機として、ピタゴラス学派に由来する“通約不能量”（無理数）の発見があったという説もある。

22　ユークリッド『原論』が成立する以前には論証数学形成に向けてのさまざまな動きが見られるが、その経緯に関してはなおも議論の余地が残されている。本稿ではその詳細については追わない。

23　伊東俊太郎『ギリシアの数学』、共立、1979年、p.57.

24　アリストテレス「分析論後書」、75a39-b2、山本光雄他訳『アリストテレス全集１』、岩波、1971年、p.638.

25　アリストテレス「分析論後書」、76b13-b24、山本光雄他訳『アリストテレス全集１』、岩波、1971年、pp.645-646.

26　伊東俊太郎『ギリシアの数学』、共立、1979年、p.16.

27　伊東俊太郎『ギリシアの数学』、共立、1979年、pp17-18.

28　ユークリッドの著作に関しては
伊東俊太郎「ユークリッドと『原論』の歴史」、ユークリッド『原論』、共立、pp.443-452、斎藤・三浦『エウクレイデス全集』第１巻、東京大学出版会、2008年、pp.23-35を参照した。

29　ギリシア語で“ホロイ”、“前提”を意味する。

30　「公準」はギリシア語では“アイテーマ”で、“要請”を意味する。『原論』では扱われる内容に固有なものとされる。また、「公理」はギリシア語では“コイナイ・エンノイアイ”で、“共通概念”を意味する。すなわち、『原論』全体を通した共通の一般的な要請事項とされる。

31　ユークリッド『原論』共立、pp.1-2.

32　ユークリッド『原論』共立、p.2.

33　ブルバキとは20世紀中頃に数学を再編しようとしたフランスの数学者グループのこと。この引用はブルバキの『数学原論』に記されている一文とのことで、ここでは以下から引用した。アナトリー・サヴィン、山崎昇監訳『みえる数学の世界３』大竹出版、2001年、p.566.

34　『原論』は古代からさまざまな形で伝承されてきたが、聖書に次ぐ読者人口をもつともいわれている。

35　『原論』共立、pp.5-6.

36　アリストテレス「形而上学」、1078ｂ1-2、出隆訳『アリストテレス全集12』、岩波、1968年、p.447.
ここで引用したアリストテレスの主張は、「さて、善と美とは互いに異なるものである･･･だから、数学諸学課は美または善について何も語らないと主張する人々は、あやまっている。なぜなら、［現にこれら諸学課は、それらについて］多くを語り、多くを

示しているから。･･･」(「形而上学」1078a32-35) に続く部分である。

37 ユークリッド『原論』の伝承経緯に関しては、以下の拙著のなかですでに報告している。本稿では、この論文の当該部分を再度整理し、要点だけを簡潔に記した。また、【図５】の図版もこの論文から引用した。
平野・坂本・笛木「レオナルド・ダ・ヴィンチとユークリッド『原論』―『パリ手稿』を中心に」、『中日近現代数学教育史』、北京師範大学・内蒙古師範大学・大阪教育大学発行、第六巻、2007年、pp.22-38.
本節に該当するのは、図版も含めてpp.27-30である。

38 ここでは、主として伊東俊太郎氏の以下の研究を参考にした：
伊東俊太郎「ユークリッドと『原論』の歴史」、中村幸四郎他訳・解説：『ユークリッド原論』、共立、1971年、pp.435-487.
伊東俊太郎『近代科学の源流』、中央公論、1978年.
また、以下の文献も参考にした。とくに齋藤・三浦の文献は文献学的に新たな情報が含まれている。：
斎藤・三浦『エウクレイデス全集』第１巻、東京大学出版会、2008年.
John Murdoch, "Euclid: Transmission of the Elements" ,*Dictionary of Scientific Biography*, vol 4, pp.437-459.
T. L. Heath, "The thirteen books of Euclid Elements", Vol.1, Dover, 1956.

39 『原論』成立当初からのギリシアにおける研究についてはすでにかなりの検討がなされている。ここでは、とくに次の文献を参照した：
伊東俊太郎、「ユークリッドと『原論』の歴史」、pp.465-468.

40 ヘロンの年代に関してはなおも議論の余地があり、B.C.２世紀という可能性もある。

41 テオンは４世紀末頃にアレクサンドリアで活躍した数学者で、ユークリッドの『原論』をはじめ、『デドメナ』、『光学』の改訂をしたことで知られている。

42 ５世紀にアテナイで活躍した新プラトン学者。

43 プロクロスによる『注釈』はエウデモスの『幾何学史』に依拠するといわれている（注28参照)。

44 『原論』のアラビア世界への展開に関しては、最初のアラビア語訳に用いられた写本がビザンツ帝国から入ったとされている（【図５】のビザンツの皇帝やアッバース朝のカリフであるアル＝マンスールへの流れ)。一方、ビザンツでは９世紀にレオンというテッサロニカの大司教がギリシア古典科学書の写本の組織的な蒐集と整理を行っている。

45 伊東氏はアラビア語版に関して、この３系統に大別されると指摘している。

46 中世ヨーロッパ世界における『原論』の伝承おいて有名なもの有名なものにボエティウス版がある。ボエティウス訳の原本は現在紛失しており、その抜粋が残っているにすぎない。その抜粋の１つにローマの土地測量士たちの手引き書がありこれは『原論』のＩ巻の内容の一部を含んでいる。この辺りの状況に関しては以下を参照した。
伊東俊太郎、『数学の歴史　中世の数学』、共立、1987、pp.41.

47　12世紀ルネサンスの大翻訳運動とともに『原論』が西欧世界に伝えられるが、そのルートは一つではなかった。アラビアから12世紀ルネサンスを経て入ってきた写本、また少ないながらもボエティウスなどを通して中世ラテン世界から受け継がれてきた断片的な写本、そしてコンスタンティノープル陥落、ビザンツ帝国滅亡に起因する学者などの移動に伴って伝えられた写本、などがあった。12世紀ルネサンスをめぐる経緯に関しては種々の文献を参照した。ここでは以下の２文献を挙げておく。
伊東俊太郎、『近代科学の源流』、中央公論社、1980年（とくに第４章、第６章、第８章）。
ボイヤー、『数学の歴史２』、朝倉書店、1985年、（とくに第７章）。

48　このうち、今日『アデラード」』として知られる版のように、アラビア語からラテン語に訳した後で編述したものもある。これはクラゲットの研究により明らかになった。
伊東俊太郎、「ユークリッドと『原論』の歴史」、ユークリッド『原論』、共立、pp.474-475.
Marshall Clagett, "The Medieval Latin Translation from the Arabic of the Elements of Euclid,with Special Emphasis on the Versions of Adelard of Bath, Isis, Vol.44, 1953, pp.16-42.

49　19世紀に「カンパヌス問題」としてカントール、クルツェ、ワイセンボルンが論争している。斉藤憲・三浦伸夫、『エウクレイデス全集　第１巻』、東京大学出版会、2007、pp.57.

50　ペイラールはこの写本を基に、1814年～1818年に『原論』、『デドメナ』（『原論』同様の幾何学書）を編纂した。

51　1883年～1916年に編纂された。現在の日本語版
中村他、ユークリッド『原論』、共立、1971年.
もこのハイベルグ=メンゲ版からの翻訳である。

52　『原論』の伝承に関しては、ハイベルグの時代からギリシア経由の写本とアラビア経由の写本のどちらが原典に近いかが論じられていた（クラムロートとの論争）。それは、Ｐ写本（ペイラールの発見した写本）の発見がテオン版・非テオン版の問題を生じさせたことからもわかるように、テキストは常に改訂を重ねてきたと考える方が普通だからで、そこから『原論』の改訂はテオンだけではないという可能性が指摘されたためである、これと同様に、1996年にクノール（Knorr）によって、Ｐ写本においても原典の内容をそのままに残しているという信頼性に疑問が提起された。それに伴い、『原論』の伝承に関する研究も変化し、現在ではギリシア語写本よりもアラビア経由のアラビア語－ラテン語の写本の方が『原論』の原典に近い形を保持している場合が多いのではないかという点が再評価されている。
斎藤・三浦『エウクレイデス全集』第１巻、東京大学出版会、2008年、p.57.

53　小堀憲『数学の歴史Ｖ　18世紀の数学』、共立、1979年、p.145.

54　小堀憲『数学史』、朝倉、1975年、p.217.

55　レオナルドがユークリッド『原論』に関する研究を行っていた事実は拙著

平野・坂本・笛木「レオナルド・ダ・ヴィンチとユークリッド『原論』―『パリ手稿』を中心に」、『中日近現代数学教育史』、北京師範大学・内蒙古師範大学・大阪教育大学発行、第六巻、2007年、pp.22-38.
ですでに報告している。ここでのレオナルドに関する記述は、その報告内容を基にしている。

56 『マドリッド手稿ⅠⅡ』は日本語訳が岩波書店から出版されている（原典翻刻・解題：ラディスラオ・レティ、日本語訳：小野健一、裾分一弘、久保尋二、他）。

57 『マドリッド手稿』の翻刻者であるレティによる。
『マドリッド手稿』第Ⅲ巻「解題」、p.97.

58 タルタリアによる最初のイタリア語版は、「カンパヌス版」（1482年、1502年の版）および「ザンベルティ版」（1505年）に基づいている。

59 レティによる（『マドリッド手稿』第Ⅲ巻「解題」、p.110から引用）。
また、レオナルド研究の第一人者である裾分一弘氏も、レオナルド自身の蔵書リストの研究から、次のように記している：
「エウクレイデス『幾何学原論（Stoicheia）』のテキストは、「アトランティコ手稿」のリストには姿を現さないが、「マドリッド手稿二」には、この書物に関し二種のテキストが見えている。その一つはラテン語によるテキストであり、それは一五〇二年（或いは一四八二年もしくは一四九一年）ヴェネツィアで出版され、他はレオナルド自身、「俗語のエウクレイデス（Euclide volgare）と記すテキストである。後者についていえば、『幾何学原論』の最初の俗語訳の出版はレオナルドの死後に属し、従ってこのテキストは、隠れた手写本であったと考えられる。」（裾分一弘『レオナルドの手稿、素描・素画に関する基礎的研究』、研究編、p.412から引用）。

60 パチョーリの生涯に関しては主として
S.A. Jayawardene, "Luca Pacioli", Biography in *Dictionary of Scientific Biography*, New York 1970-1990, vol.10, pp.269-272.
を参照した。しかし、パチョーリの生涯の詳細については不明なことも多く、以下に示す『神聖比例論』の仏語訳の序文に記された伝記も参照した。ここでは、生年が1445年から1450年頃、没年が1514年とされている。
Sarrade, M.T. : "Introduction" ; Pacioli: *Divine Proportion*, traduction de G. Duchesne et M. Giraud, Librairie du Campagnonnage, 1988, pp.9-27.

61 一部には1495年から1496年という説もある。また、パチョーリをミラノに招聘したのはレオナルドであったともいわれている。(Sarrade, p.12.)

62 『神聖比例論』は正多面体論と黄金比に関する内容で、とくにピエロ・デラ・フランチェスカの剽窃であるとされる著作。1498年の版においてレオナルドが正多面体などの挿絵を描いたとされている。

63 著作のタイトルの和文名は、最初の三著作は今日よく知られているいわば通称であり、後の二著作は筆者の和訳による。

64　この著作は現在ボローニャ大学に写しが残されているとされるが、その内容は“遊技的な問題”に関わるとされている。パチョーリはレオナルドとともに“数学遊技”なる著作の出版を計画していたといわれるが、それがこの著作であるとされている。

65　この著作は現存はしていないとされる。おそらくは、盤上ゲームの競技法と確率に関わり著作であるといわれている。また、ユークリッド『原論』の内容も含まれるとされている。本注および注63に関しては以下の記述を参照した：
S.A. Jayawardene, “Luca Pacioli”, Biography in *Dictionary of Scientific Biography*, p.271.

66　*Euclidis Megarensis, philosophi acutissimi mathematicorumpue omnium si ne controuersia principis opera Campano interprete fidissimo tralata* ･･･, Paganius paganinus, 1509.
『原論』は「カンパヌス版」に対して最初のラテン語印刷本である「ラートドルト」版（1482年）が出されると、これを批判する形でギリシア語からの翻訳である「ザンベルティ」版（1505）が出される。しかし、この後者を再度批判して出されるのがパチョーリの版で、「カンパヌス版」に基づいている。こうした経緯に関しては以下を参照：
Heath, T.L.: *The thirteen books of Euclid's Elements / translated from the text of Heiberg, with introd. and commentary by Sir Thomas L. Heath*, Vol.I, Dover, 1956, pp.97-98.
カジョリ、小倉金之助補訳『初等数学史』、共立、1997年、pp.368-369.

67　Busard, H.L.L.: “1.The Elements of Euclid”, *The First Latin Translation od Euclid's Elements Commonly Ascribed to Adelard of Bath*, Pontifical Institute of Mediaeval Stuies, 1983, p.3.

68　Sarrade, p.12
パチョーリによるこの講義は興味深い。なぜなら、「カンパヌス版」には第Ⅴ巻に誤りがあるとされ、それを最初のイタリア語版でタルタリアが訂正したと伝えられるからである（中村幸四郎・佐々木力『数学史対話』、弘文堂、1987年、p.72参照）。

69　Serguescu, Pierre: “Léonard de Vinci et les mathématiques”, *Léonard de Vinci et l'expérience scientifique au XVIe siècle : Paris, 4-7 juillet 1952*, C.N.R.S., 1953, p.75.

70　本稿では、東京大学駒場図書館に所蔵されている版を用いた。
Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita, Reprint（Originally published,Venice, 1494）, Kyoto, Daigakudo Books, 1973.
とくに、この書の算術部分には今日パチョーリの最も大きな貢献とされる「複式簿記」の議論が含まれている。
通算で225ページ目からの“Tractatus Geometrie”の記述参照。

71　S. A Jayawardene, “Luca Pacioli”, p.270.

72　Ibid., p.270.

73　“Summa”はパチョーリの死後の1523年に第２版が出版されている。

74　“Summa”は活字印刷本で、４ページごとに番号が付されている。この番号は、おそらくは４ページが１枚の紙面として印刷されたために付けられたものであろうと思われる。この番号とは別にページごとに数えると、第２部の「幾何学部分」は“Summa”全

体の通算で225ページ目の "Tractatus Geometrie" から始まる。

75 "Summa" 第２部の「幾何学部分」の表題（ラテン語）を訳出したもの。筆者の調査では、このタイトルの全体が和訳されるのはおそらく初めてのことであろうと思われる。

76 これは次の論文からの引用である。

F. R. Glushkova and S. S. Glushkov, The geometrical part of Pacioli's'Summa' (Russian), in *History and methodology of the natural sciences* XXIX (Moscow, 1982), 57-63.

しかし、この論文はロシア語で書かれており、国内では入手できなかった。ここでは、以下のセント・アンドリュース大学の数学・統計教室のWebにある "Pacioli biography" のなかの引用部分（英訳）から再引用した。

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history／Biographies／Pacioli.html

77 代数式の展開や因数分解に関わる変形のこと。

78 T.L. Heath: *The thirteen books of Euclid's Elements*, Vol.I, p.99.

79 1684年８月にハレーがニュートンを訪ね、「惑星に太陽からの距離の２乗に反比例して変化する力が働くときに惑星がどのような軌道を描くか」と質問した際に、ニュートンは数学的に計算して「楕円になる」と答え、後にハレーに「物体の軌道運動について」という小論を送った。これがきっかけで、ハレーの支援により『プリンキピア』は出版されることとなった。これに関しては、以下を参照のこと。

ジョン・ローチ、「ニュートンの『プリンキピア』」、フォーヴェル編、平野他訳『ニュートン復活』、現代数学社、1996年、pp.87-89.

80 原題は "Philosophiae naturalis principia mathematica" という。

本稿では、『プリンキピア』の本文として

H. S. Thayer: *Newton's Philosophy of Nature, Selection from his writings*, Hafner Press, 1974.

に引用された部分を日本語訳した。また、その際には、

S. チャンドセカール、中村誠太郎監訳、『チャンドラセカールの「プリンキピア」講義』、講談社、2002年。

を参考にした。

81 『プリンキピア』序文（H. S. Thayer: *Newton's Philosophy of Nature, Selection from his writings*, p.10から訳出）。

82 ニュートンの『プリンキピア』に関しては、その構成および内容に対して以下の文献も参照した：

吉仲正和、『ニュートン力学の誕生』、サイエンス社、1982年。

83 ニュートンは、一方で運動の微小変化をもとらえ得る微分積分学を確立させるが、他方で運動に関する取り扱いは微小変化を図形としてとらえる幾何学的手法を用いている。

84 ギリスピー著、島尾永康訳、『科学思想の歴史』、みすず書房、1979年、p.88.

85 こうした指摘はさまざまな文献に見られる。実際、ニュートンの『プリンキピア』は、「序章」に続いて三編から構成され、第Ｉ編（物体の運動について）と第Ⅱ編（抵抗を

及ぼす媒質内での物体の運動について）が定義および法則から派生する基本事項であり、第Ⅲ編（世界の体系について）がその応用としての具体的取り扱いとなる、本稿では紙面の都合もあって、そのエッセンスについてのみ紹介する。

86　『プリンキピア』の構成は次のとおりである。

Introduction：　序文と一連の定義および法則（「ニュートンの運動の法則」を含む）
Book Ⅰ（第一編）：物体の運動について
Book Ⅱ（第二編）：抵抗を及ぼす媒質内での物体の運動について
Book Ⅲ（第三編）：世界の体系について

とくに第三編は天体の運動を扱い、「万有引力の法則」が「規則」として登場する。

87　『プリンキピア』で与えられている定義の主なものは、たとえば次のとおりである（(H. S. Thayer: *Newton's Philosophy of Nature, Selection from his writings*, pp.12-13から訳出)。

定義Ⅰ　物質の量または質量は、その密度とその容積によって定められる。[質量の定義]
定義Ⅱ　運動の量は質量と速度の相乗積である。[運動量の定義]
定義Ⅲ　力とは物体に働いて、その運動状態を変化させる努力である。[力および力積の定義]

88　H. S. Thayer: *Newton's Philosophy of Nature, Selection from his writings*, pp.25-26から訳出（S. チャンドセカール、『チャンドラセカールの「プリンキピア」講義』、ではpp.22-23)。

89　第二次世界大戦中に展開した作戦計画の方法の一つで、数学的手法を用いて状況などを分析、シミュレートすることで結果等を予測し、戦略に反映させた。今日では、経営戦略など幅広く用いられている。

90　スターク、杉山忠平訳、『知識社会学－思想史の方法』、ミネルヴァ、1960年、p.282.

91　シュペングラー、村松正俊訳、『西洋の没落』、五月書房、1971年、p.71.

92　伊東氏は次の論考において“数学的営為”について論じている。
伊東俊太郎、「序説　比較数学史の地平」、『数学の歴史Ⅲ　中世の数学』、共立、1987年、pp.1-29.

93　Ibid.,p.28.

94　筆者はこの種の言葉を、ランガーの“創造的観念”（generative idea）から学んだ。ランガーは、哲学理論の展開に対し、人間の思想、観念が次の時代を創るとしてこの語を導入しているが、ここでは数学が人間の理性的精神に関わるとしてこう呼ぶことにした。
ランガー、矢野他訳、『シンボルの哲学』、岩波書店、1978年、p.7.